

5. INTEGROINTI

5.0 JOHDANTO

5.0.1 Antiderivaatta

Integraalin kaksi näkökulmaa

- antiderivaatta (derivoinnin käänteisoperaatio)
- pinta-alaongelman ratkaisu

Määritelmä. Välillä I määritellyn funktion f *antiderivaatta* eli *integraalifunktio* on funktio F , jolle $F'(x) = f(x)$ kaikilla $x \in I$.

Esimerkki. $F(x) = -\frac{1}{3} \cos(3x)$ on funktion $f(x) = \sin(3x)$ antiderivaatta, sillä

$$F'(x) = -\frac{1}{3}(-\sin(3x) \cdot 3) = \sin(3x) = f(x)$$

Huom. Jos F ja G ovat f :n antiderivaattoja, niin

$$\frac{d}{dx}(G(x) - F(x)) = G'(x) - F'(x) = f(x) - f(x) = 0,$$

joten $G(x) - F(x) = C$, jollekin vakiolle C . Siis $G(x) = F(x) + C$

Määritelmä. Funktion f *määräämätön integraali* välillä I on

$$\int f(x) dx = F(x) + C,$$

missä $F'(x) = f(x)$ ja C on *integroimisvakio*.

Esimerkki. Edelläolevan nojalla

$$\int \sin(3x) = -\frac{1}{3} \cos(3x) + C.$$

VIITTEET

- [1] R. A. Adams and C. Essex, *Calculus: a complete course*, Ninth edition, Pearson, Ontario, 2018. Sivun 291.