

## 5. INTEGROINTI

### 5.2 PINTA-ALAT SUMMIEN RAJA-ARVONA

#### 5.2.4 Summan raja-arvon laskeminen

Siis pinta-ala saadaan summien raja-arvona. Joskus voidaan ajatella myös toisin päin.

**Esimerkki.** Määritä  $\lim_{n \rightarrow \infty} S_n$ , missä

$$S_n = \sum_{i=1}^n \left(1 - \frac{i}{n}\right) \frac{1}{n}.$$

**Ratk.** Tulkitaan  $S_n$  suorakulmioiden pinta-alojen summana, missä kanta on  $1/n$  ja korkeus  $1 - i/n$ .

Suorakulmioita on yhteensä  $n$  kappaletta, joten koko alueen kanta on  $n \cdot (1/n) = 1$ . Korkeus  $1 - i/n$  tulee funktiosta  $y = 1 - x$ , jos  $x = i/n$ .

Siis  $\lim_{n \rightarrow \infty} S_n$  on koordinaattiakselien ja suoran  $y = 1 - x$  rajoittaman kolmion pinta-ala välillä  $[0, 1]$ . Saadaan

$$\lim_{n \rightarrow \infty} S_n = \frac{1}{2} \cdot 1 \cdot 1 = \frac{1}{2}.$$

#### VIITTEET

- [1] R. A. Adams and C. Essex, *Calculus: a complete course*, Ninth edition, Pearson, Ontario, 2018. Sivü 291.