

5. INTEGROINTI

5.3 MÄÄRÄTTY INTEGRAALI

5.3.4 Yleinen Riemannin summa

Jos f on jatkuva välillä $[a, b]$, niin f on integroitava välillä $[a, b]$. Käyrän $y = f(x)$ ja x -akselin väliin jäävä pinta-ala välillä $[a, b]$ saadaan määrättyä integraalina

$$\int_a^b f(x)dx.$$

Tämä määrätty integraali määriteltiin ala- ja yläsummien avulla. Esimerkiksi alasumma $L(f, P)$ "koostuu suorakulmioista, joiden toinen pää on x -akselilla ja toinen pää on käyrän $y = f(x)$ alapuolella koskettaen sitä".

Suorakulmiot voidaan asettaa hieman eri tavoilla ja silti jaon tiheydessä niiden pinta-ala lähestyy haluttua pinta-alaa.

Yleisesti:

Välillä $[a, b]$ määritellyn funktion f jakoon $P\{a = x_0, x_1, \dots, x_n = b\}$ liittyvä *Riemannin summa* on

$$R_n = \sum_{i=1}^n f(c_i)\Delta x_i,$$

missä $c_i \in [x_{i-1}, x_i]$ on valittu jollakin perusteella. Voidaan osoittaa, että mielivaltaisilla c_i

$$R_n \rightarrow \int_a^b f(x)dx,$$

kun $n \rightarrow \infty$ ja $\|P\| \rightarrow 0$, kun f on integroitava.

Tässä pisteet c_i ovat "tägejä".

VIITTEET

- [1] R. A. Adams and C. Essex, *Calculus: a complete course*, Ninth edition, Pearson, Ontario, 2018. Sivut 303–305.