

5. INTEGROINTI

5.4 MÄÄRÄTYN INTEGRAALIN OMINAISUUKSIA

5.4.5 Paloittain jatkuvat funktiot

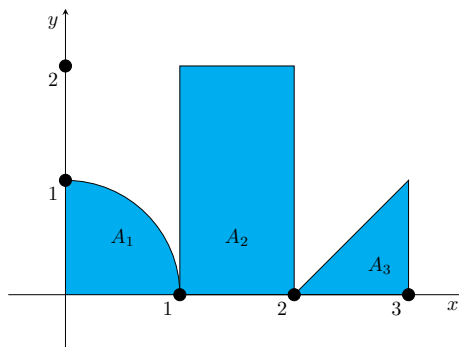
Huom. Integroitavuuden käsite voidaan laajentaa jatkuvista funktioista paloittain jatkuviin funktioihin.

Esimerkki. Olkoon

$$f(x) = \begin{cases} \sqrt{1-x^2}, & 0 \leq x \leq 1 \\ 2, & 1 \leq x \leq 2 \\ x-2, & 2 < x \leq 3. \end{cases}$$

Tällöin

$$\begin{aligned} \int_0^3 f(x) dx &= \underbrace{\int_0^1 \sqrt{1-x^2} dx}_{\text{neljännesympyrä}} + \underbrace{\int_1^2 2 dx}_{\text{suorakulmio}} + \underbrace{\int_2^3 (x-2) dx}_{\text{kolmio}} \\ &= A_1 + A_2 + A_3 \\ &= \frac{1}{4} \cdot \pi \cdot 1^2 + 2 \cdot 1 + \frac{1 \cdot 1}{2} = \frac{\pi}{4} + \frac{5}{2}. \end{aligned}$$



KUVA 1. Paloittain jatkuva funktio

VIITTEET

- [1] R. A. Adams and C. Essex, *Calculus: a complete course*, Ninth edition, Pearson, Ontario, 2018. Sivut 305–306.