5. Integrointi

5.5 Analyysin peruslause

5.5.6 Analyysin peruslause, esimerkkejä

Esimerkki. Derivoi a)$F(x) = \displaystyle\int_x^3 e^{-t^2} dt$

b)$G(x) = x^2 \displaystyle\int_{-4}^{5x} e^{-t^2} dt$

c)$H(x) = \int_{x^2}^{x^3} e^{-t^2} dt$

Ratkaisu. a)

$$\frac{d}{dx}F(x) = \frac{d}{dx}\int_x^3 e^{-t^2} dt = \frac{d}{dx}\int_3^x e^{-t^2} dt = -e^{-x^2}.$$

b)

$$\begin{aligned}\frac{d}{dx}G(x) &\overset{(*)}{=} 2x\int_{-4}^{5x} e^{-t^2} dt + x^2\frac{d}{dx}\int_{-4}^{5x} e^{-t^2} dt \\ &= 2x\int_{-4}^{5x} e^{-t^2} dt + 5x^2e^{-25x^2}\end{aligned}$$

Tätä ei voi sieventää enempää, koska funktion e^{-t^2} antiderivaattaa ei voi lausua alkeisfunktioiden avulla.

(Koska e^{-t^2} on jatkuva funktio, antiderivaatta on olemassa. Sitä ei vain osata kirjoittaa alkeisfunktioiden avulla.)

c) Katso ratkaisu videolta.

Viitteet

[1] R. A. Adams and C. Essex, *Calculus: a complete course*, Ninth edition, Pearson, Ontario, 2018. Sivut 305–306.