

5. INTEGROINTI

5.6 INTEGROINTI SJOITTAMALLA

5.6.1 Integrointi sijoittamalla

Ketjusäännön mukaan

$$\frac{d}{dx}f(g(x)) = f'(g(x))g'(x).$$

Siis

$$\int f'(g(x))g'(x)dx = f(g(x)) + C.$$

Sijoitusmenettely. Sijoitetaan $u = g(x)$, jolloin $du = g'(x)dx$. Nyt

$$\int f'(g(x))g'(x)dx = \int f'(u)du = f(u) + C \stackrel{(*)}{=} f(g(x)) + C.$$

Askel (*) on *takaisinsijoitus*.

Esimerkki.(a)

$$\begin{aligned} \int \frac{x}{x^2+1} dx &= \int \frac{1}{x^2+1} x dx = \frac{1}{2} \int \frac{1}{x^2+1} 2x dx \\ &\stackrel{(*)}{=} \frac{1}{2} \int \frac{1}{u} du = \frac{1}{2} \ln |u| + C = \frac{1}{2} \ln |x^2+1| + C, \end{aligned}$$

missä kohdassa (*) sijoitettiin $u = x^2 + 1$, $du = 2x dx$.

(b)

$$\int x \sin(x^2) dx$$

(c)

$$\int \frac{\sin(3 \ln x)}{x} dx$$

Katso kohdat (b) ja (c) videolta.

VIITTEET

- [1] R. A. Adams and C. Essex, *Calculus: a complete course*, Ninth edition, Pearson, Ontario, 2018. Sivut 305–306.