5. Integrointi

5.6 Integrointi sijoittamalla

5.6.3 Määrätyt integraalit

Myös määrättyjä integraaleja voidaan laskea sijoitusmenettelyllä.
Usein takaisinsijoitus tehdään implisiittisesti “muuttamalla integroimisrajat”.

Esimerkki.

$$\int_0^{\ln(2)} e^x \sqrt{1+e^x}dx$$

Sijoitetaan tähän

$$u = 1 + e^x = g(x), \quad du = g'(x) = e^x dx.$$

Rajoiksi saadaan

$$g(0) = 2, \quad g(\ln 2) = 1 + e^{\ln 2} = 1 + 2 = 3.$$

Saadaan

$$\int_0^{\ln(2)} e^x \sqrt{1+e^x}dx = \int_2^3 \sqrt{u}du = \int_2^3 u^{1/2}du = \left[\frac{2}{3}u^{3/2}\right]_2^3 = \frac{2}{3}(3^{3/2} - 2^{3/2}).$$

Toinen tapa.

$$\begin{aligned}\int_0^{\ln(3)} e^x \sqrt{1+e^x}dx &= \int_{x=0}^{x=\ln(2)} u^{1/2}du = \left[\frac{2}{3}u^{3/2}\right]_{x=0}^{x=\ln(2)} \\ &= \left[\frac{2}{3}(1+e^x)^{3/2}\right]_{x=0}^{x=\ln(2)} = \frac{2}{3}(3^{3/2} - 2^{3/2}).\end{aligned}$$

Viitteet

[1] R. A. Adams and C. Essex, *Calculus: a complete course*, Ninth edition, Pearson, Ontario, 2018. Sivut 305–306.