

5. INTEGROINTI

5.6 INTEGROINTI SJOITTAMALLA

5.6.5 Sinien ja kosinien tulot

Geometrialla voidaan osoittaa

$$\sin(x + y) = \sin(x) \cos(y) + \cos(x) \sin(y).$$

Koska $\cos(-y) = \cos(y)$ ja $\sin(-y) = -\sin(y)$, niin

$$\sin(x - y) = \sin(x) \cos(y) - \cos(x) \sin(y).$$

Laskemalla kaavat puolittain yhteen saadaan

$$\sin(x + y) + \sin(x - y) = 2 \sin(x) \cos(y)$$

eli

$$(1) \quad \sin(x) \cos(y) = \frac{\sin(x - y)}{2} + \frac{\sin(x + y)}{2}.$$

Tästä yhtälöstä voidaan johtaa kaavat kosinien tulolle ja sinin tulolle esimerkiksi derivoimalla. Derivoimalla muuttujan x suhteen saadaan

$$(2) \quad \cos(x) \cos(y) = \frac{\cos(x - y)}{2} + \frac{\cos(x + y)}{2}.$$

Toisaalta, derivoimalla muuttujan y suhteen, ja kertomalla puolittain luvulla -1 , saadaan

$$(3) \quad \sin(x) \sin(y) = \frac{\cos(x - y)}{2} - \frac{\cos(x + y)}{2}$$

VIITTEET

- [1] R. A. Adams and C. Essex, *Calculus: a complete course*, Ninth edition, Pearson, Ontario, 2018. Sivut 305–306.