

## 5. INTEGROINTI

### 5.6 INTEGROINTI SJOITTAMALLA

#### 5.6.6 Sinien ja kosinien tulot

Kaavat (2) ja (3) antavat

$$\cos^2(x) = \frac{1}{2}(1 + \cos(2x))$$

$$\sin^2(x) = \frac{1}{2}(1 - \cos(2x))$$

Huomataan, että kaavojen perusteella  $\cos^2(x) + \sin^2(x) = 1$ , niin kuin pitääkin. Samoin esimerkiksi  $\cos^2(0) = 1$  ja  $\sin^2(0) = 0$ .

**Esimerkki.**

$$\begin{aligned} \int \cos^2(x) dx &= \int \frac{1}{2}(1 + \cos(2x)) dx = \frac{1}{2} \int dx + \frac{1}{4} \int 2 \cos(2x) dx \\ &= \frac{1}{2}x + \frac{1}{2} \sin(2x) + C. \end{aligned}$$

**Esimerkki.**

$$\int \sin(x) \cos(x) dx = - \int \cos(x)(-\sin(x)) dx = - \int u du = -\frac{u^2}{2} + C = -\frac{1}{2} \cos^2(x) + C,$$

missä sijoitettiin  $u = \cos(x)$  ja  $du = -\sin(x) dx$ .

**Tapa II.**

$$\begin{aligned} \int \sin(x) \cos(x) dx &= \int u du = \frac{u^2}{2} + C = \frac{1}{2} \sin^2(x) + C = \frac{1}{2}(1 - \cos^2(x)) + C \\ &= -\frac{1}{2} \cos^2(x) + \underbrace{\frac{1}{2}}_{C'} + C, \end{aligned}$$

missä sijoitettiin  $u = \sin(x)$  ja  $du = \cos(x) dx$ .

## VIITTEET

- [1] R. A. Adams and C. Essex, *Calculus: a complete course*, Ninth edition, Pearson, Ontario, 2018. Sivut 305–306.