

5. INTEGROINTI

5.7 TASOALUEEN PINTA-ALA

5.7.1 Tasoalueen pinta-ala

Halutaan laskea

$$\int_a^b |f(x)| dx.$$

Käytännössä f on paloiteltava osiin, joissa $f(x) \geq 0$ tai $f(x) < 0$.

Kahden funktion kuvaajien välisen alueen pinta-ala saadaan tapauksessa $0 \leq f(x) \leq g(x)$ kaavalla

$$A = \int_a^b g(x) dx - \int_a^b f(x) dx = \int_a^b (g(x) - f(x)) dx.$$

Yleisesti:

$$A = \int_a^b |g(x) - f(x)| dx.$$

Esimerkki. Määritä käyrien $y = \sin(x)$ ja $y = \cos(x)$ rajoittaman alueen pinta-ala välillä $[0, 2\pi]$.

Ratkaisu. Leikkauspisteet:

$$\sin(x) = \cos(x)$$

jos ja vain jos $x = \frac{\pi}{4}$ tai $x = \frac{5\pi}{4}$. Pinta-ala

$$A = \int_0^{2\pi} |\sin(x) - \cos(x)| dx = 2 \int_{\pi/4}^{5\pi/4} \sin(x) - \cos(x) = 2 \left[-\cos(x) - \sin(x) \right]_{\pi/4}^{5\pi/4} = 2 \left((1/\sqrt{2} + 1/\sqrt{2}) - (-1/\sqrt{2} - 1/\sqrt{2}) \right) = 4\sqrt{2}$$

VIITTEET

- [1] R. A. Adams and C. Essex, *Calculus: a complete course*, Ninth edition, Pearson, Ontario, 2018. Sivut 305–306.