

6. INTEGROINTITEKNIIKOITA

6.2 RATIONAALIFUNKTION INTEGROIMINEN

6.2.1 Integroinnin vaiheet

Rationaalifunktio on muotoa

$$R(x) = \frac{P(x)}{Q(x)},$$

missä P ja Q ovat polynomeja.

R1-jaetaan (helppo) Jos $\deg(P) \geq \deg(Q)$, niin suoritetaan polynomien jakolasku (jakoyhtälöllä tai jakokulmassa) ja saadaan

$$R(x) = P_1(x) + \frac{P_2(x)}{Q(x)},$$

missä P_1 ja P_2 ovat polynomeja ja $\deg(P_1) < \deg(Q)$.

R2-hajotetaan (joskus haastava) Etsitään polynomien Q nollakohdat ja jaetaan

$$\frac{P_2(x)}{Q(x)}$$

osiin (tehdään *osamurtokehitemä*) esimerkiksi

$$\frac{1}{x^2 - x} = \frac{1}{\underbrace{x(x-1)}_{\text{“murtolauseke”}}} = \frac{1}{x-1} + \underbrace{(-1)\frac{1}{x}}_{\text{“2kpl osamurtoja”}}$$

R3-integroidaan (helppo) Käytetään joka osamurtoon erikseen kaavaa

$$\int \frac{g'(x)}{g(x)} dx = \ln |g(x)| + C,$$

esimerkiksi

$$\int \frac{1}{x-1} = \ln |x-1| + C.$$

VIITTEET

- [1] R. A. Adams and C. Essex, *Calculus: a complete course*, Ninth edition, Pearson, Ontario, 2018. Sivut 291.