

6. INTEGROINTITEKNIIKOITA

6.3 INTEGROINTI SJOITTAMALLA

6.3.1 Transkendenttisijoitukset

Kirjassa on kuvailtu, kuinka eräitä integraaleja voi laskea sijoittamalla. Tällä kurssilla ei perehdytä näihin sijoituksiin syvällisemmin. Sijoittaminen perustuu siihen, että integraali muuttuu helpommaksi.

Trigonometriset sijoitukset

$$x = a \sin(t) \Rightarrow \sqrt{a^2 - x^2} = |a \cos(t)|, \quad dx = a \cos(t) dt$$

$$x = a \tan(t) \Rightarrow \sqrt{a^2 + x^2} = \left| \frac{a}{\cos(t)} \right|, \quad dx = \frac{a dt}{\cos^2(t)}$$

$$x = \frac{a}{\cos(t)} \Rightarrow \sqrt{x^2 - a^2} = |a \tan(t)|, \quad dx = \frac{a \sin(t)}{\cos^2(t)}$$

Hyperboliset sijoitukset

$$x = \frac{a}{\cosh(t)} \Rightarrow \sqrt{x^2 - a^2} = |a \sinh(t)|, \quad dx = -\frac{a \sinh(t)}{\cosh^2(t)}$$

$$x = \frac{a}{\sinh(t)} \Rightarrow \sqrt{x^2 + a^2} = |a \cosh(t)|, \quad dx = -\frac{a \cosh(t)}{\sinh^2(t)}$$

Sijoitus $\tan(t/2)$. Jos $x = \tan(t/2)$, niin

$$\cos(t) = \frac{1 - x^2}{1 + x^2}, \quad \sin(t) = \frac{2x}{1 + x^2}, \quad dt = \frac{2dx}{1 + x^2}.$$

VIITTEET

- [1] R. A. Adams and C. Essex, *Calculus: a complete course*, Ninth edition, Pearson, Ontario, 2018. Sivü 291.