6. Integrointitekniikoita

6.6 Puolisuunnikas- ja keskipistemenetelmä

6.6.1 Yhteenveto

Joissakin tapauksissa määrättyä integraalia

$$\int_a^b f(x)dx$$

ei voida laskea käsin/analyyttisesti, tai sen laskeminen on hankalaa. Tällöin voidaan käyttää numeerista integrointia (=approksimaatio), esim. Riemannin ala- ja yläsummat, yleisemmin kaikki Riemannin summat.

Vasen päätepiste -menetelmä (L “left”)

$$L_n = \frac{b-a}{n} \sum_{k=0}^{n-1} f\left(a + \frac{b-a}{n}k\right)$$

Oikea päätepiste -menetelmä (R “right”)

$$R_n = \frac{b-a}{n} \sum_{k=1}^{n} f\left(a + \frac{b-a}{n}k\right)$$

Puolisuunnikasmenetelmä (T “trapezoid”)

$$T_n = \frac{b-a}{n} \sum_{k=0}^{n} f\left(a + \frac{b-a}{n}k\right) w_k,$$

missä $w_0 = w_n = 1/2$ ja muutoin $w_k = 1$, jolle pätee

$$T_n = \frac{L_n + R_n}{2}.$$

Keskipistemenetelmä (M “midpoint”)

$$M_n = \frac{b-a}{n} \sum_{k=0}^{n-1} f\left(a + \frac{b-a}{n}(k+1/2)\right).$$

Simpsonin menetelmä

$$S_{2n} = \frac{T_n + 2M_n}{3}.$$

Viitteet

[1] R. A. Adams and C. Essex, *Calculus: a complete course*, Ninth edition, Pearson, Ontario, 2018. Sivu 291.