

## 6. INTEGROINTITEKNIIKOITA

### 6.6 PUOLISUUNNIKAS- JA KESKIPISTEMENETELMÄ

#### 6.6.4 Keskipistemenetelmä

Lasketaan integraalille

$$\int_0^1 x^2 dx = \frac{1}{3}$$

liikiarvo keskipistemenetelmällä  $M_4$ . Jaetaan väli  $[0, 1]$  tasavälisesti jakopisteillä

$$0 < \frac{2}{8} < \frac{4}{8} < \frac{6}{8} < 1.$$

Jakopisteiden väliset keskipisteet (tulevat evaluaatiopisteet) ovat

$$\frac{1}{8} < \frac{3}{8} < \frac{5}{8} < \frac{7}{8}.$$

Saadaan

$$\begin{aligned} \int_0^1 x^2 dx &\stackrel{M_4}{\approx} \frac{1}{4} \left( (1/8)^2 + (3/8)^2 + (5/8)^2 + (7/8)^2 \right) \\ &= \frac{1}{4 \cdot 8^2} (1^2 + 3^2 + 5^2 + 7^2) \\ &= \frac{1 + 9 + 25 + 49}{4 \cdot 8^2} = \frac{84}{4 \cdot 8^2} = \frac{21}{64}. \end{aligned}$$

**Virhetarkastelu.** Absoluuttinen virhe on

$$\frac{21}{64} - \frac{1}{3} = -0,005208$$

ja suhteellinen virhe on

$$\left( \frac{21}{64} - \frac{1}{3} \right) : \frac{1}{3} = 0,0156 = 1,56\%.$$

**Tehtävä.** Laske integraalille

$$\int_0^\pi \sin(x) dx$$

liikiarvo keskipistemenetelmällä  $M_4$ .

*Vinkki.* Koska  $\pi/8 \approx 0,3926$ , voit ottaa jakopisteiksi

$$0 < 2 \cdot 0,3926 < 4 \cdot 0,3926 < 6 \cdot 0,3926 < 1$$

jolloin saat evaluaatiopisteiksi eli tägeksi

$$1 \cdot 0,3926 < 3 \cdot 0,3926 < 5 \cdot 0,3926 < 7 \cdot 0,3926$$

Laske absoluuttinen ja suhteellinen virhe.

#### VIITTEET

- [1] R. A. Adams and C. Essex, *Calculus: a complete course*, Ninth edition, Pearson, Ontario, 2018. Sivü 291.