

7. INTEGROINNIN SOVELLUKSIA

7.1 TILAVUUS SIIVUTTAMALLA JA PYÖRÄHDYSKAPPALEET

7.1.3 Pyörähdyskappaleen tilavuus

Käyrä voi pyörähtää myös y -akselin ympäri.

Esimerkki. Käyrän $y = x^2$, y -akselin ja suoran $y = h$ rajaama alue pyörähtää y -akselin ympäri. Laske tilavuus.

Ratkaisu. Kun $x \geq 0$ on

$$y = x^2 \iff x = \sqrt{y}.$$

Merkitään $f(y) = \sqrt{y}$, jolloin kysytty tilavuus on

$$\begin{aligned} V &= \pi \int_0^h f(y)^2 dy \\ &= \pi \int_0^h y dy \\ &= 2\pi \left[\frac{y^2}{2} \right]_{y=0}^h \\ &= \frac{\pi h^2}{2}. \end{aligned}$$

Siis tilavuus on puolet vastaavan lieriön tilavuudesta.

VIITTEET

- [1] R. A. Adams and C. Essex, *Calculus: a complete course*, Ninth edition, Pearson, Ontario, 2018. Sivu 291.