

## 7. INTEGROINNIN SOVELLUKSIA

### 7.1 TILAVUUS SIIVUTTAMALLA JA PYÖRÄHDYSKAPPALEET

#### 7.1.4 Gabrielin torvi

Tarkastellaan pari haastavampaa esimerkkiä.

**Esimerkki.** *Gabrielin torvi* muodostuu, kun käyrä  $y = \frac{1}{x}$  pyörähtää  $x$ -akselin ympäri välillä  $[1, \infty)$ . Tilavuus

$$\begin{aligned} V &= \pi \int_0^\infty \left(\frac{1}{x}\right)^2 dx = \pi \lim_{R \rightarrow \infty} \int_1^R x^{-2} dx \\ &= \pi \lim_{R \rightarrow \infty} \left[ -x^{-1} \right]_{x=1}^R = \pi \lim_{R \rightarrow \infty} \left( \underbrace{-\frac{1}{R}}_{\rightarrow 0} + 1 \right) \frac{\pi h^2}{2} = \pi. \end{aligned}$$

Torven pinta-alalle  $A$  saadaan

$$A > \int_1^\infty \frac{1}{x} dx = \infty.$$

Mikä on nopein tapa maalata Gabrielin torvi?

#### VIITTEET

- [1] R. A. Adams and C. Essex, *Calculus: a complete course*, Ninth edition, Pearson, Ontario, 2018. Sivun 291.