

## 7. INTEGROINNIN SOVELLUKSIA

### 7.7 EKOLOGIA

#### 7.7.1 Väkilukuesimerkki

**Esimerkki.** Vuonna 2019 maailman väkiluku oli 7,7 miljardia ihmistä ja väkiluvun vuotuinen kasvu oli 1,06 %. Milloin maailmassa on kaksinkertainen eli 15,4 miljardia ihmistä?

**Ratkaisu.** Siis joka vuosi väkiluku kasvaa kertoimella  $a = 1 + 0,0106 = 1,0106$ . Etsitään lukua  $k$ , jolle

$$7,7 \cdot 10^9 \cdot a^k = 15,4 \cdot 10^9$$

eli jolle

$$a^k = 2.$$

Ottamalla puolittain logaritmi saadaan

$$k \ln(a) = \ln(2), \quad k = \frac{\ln(2)}{\ln(a)} \approx 65,74.$$

Siis vuonna 2085.

**Kommentti.** Luku  $a$  on muotoa

$$a = 1 + \frac{b}{100}, \quad b = 1,0106.$$

Näin ollen sarjakehitelmän

$$\ln(1+x) = x - \frac{x^2}{2} + \frac{x^3}{3} - \frac{x^4}{4} + \dots = \sum_{k=1}^{\infty} (-1)^{k+1} \frac{x^k}{k}, \quad x \in (-1, 1)$$

perusteella

$$\ln(a) = \ln\left(1 + \frac{b}{100}\right) \approx \frac{b}{100}.$$

Toisaalta  $\ln(2) \approx 0,7$ . Siis

$$k = \frac{\ln(2)}{\ln(a)} = \frac{0,7}{b/100} = \frac{70}{b} = \frac{70}{1,0106} \approx 65,74.$$

Näin ollen, jos prosentuaalinen kasvu  $b$  % on pieni, niin kaksinkertaisuuteen tarvittava aika saadaan kaavalla

$$k \approx \frac{70}{b}.$$

#### VIITTEET

- [1] R. A. Adams and C. Essex, *Calculus: a complete course*, Ninth edition, Pearson, Ontario, 2018. Sivut 291.