

## 7. INTEGROINNIN SOVELLUKSIA

### 7.9 1-KERTALUVUN DIFFERENTIAALIYHTÄLÖT

#### 7.9.1 Differentiaaliyhtälö

*Differentiaaliyhtälö* (DY) on yhtälö, jossa esiintyy *tuntematon funktio*  $y$  ja sen derivaattoja (kirjan sivut 151–153).

**Esimerkki.** DY:n  $y' = x$  ratkaisu on

$$y = \int y' dx = \int x dx = \frac{1}{2}x^2 + C.$$

Yleisesti DY  $y' = f(x)$  ratkaistaan integroimalla

$$y = \int f(x) dx = F(x) + C,$$

missä  $F'(x) = f(x)$ . Jotta ratkaisu sievenisi käsin laskemalla/analyttisesti muotoon  $y = F(x) + C$ , niin funktion  $f$  pitää olla jokin tuttu funktio, joka osataan integroida. Esimerkiksi funktioita

$$F(x) = \int e^{\sin(x)} dx, \quad G(x) = \int e^{-x^2} dx$$

ei osata integroida.

**Esimerkki.** Antamalla edellisen esimerkin DY:lle *alkuarvoehto*  $y(0) = 1$  saadaan *yksityisratkaisu*. Saadaan

$$y(0) = \frac{1}{2}0^2 + C = C = 1.$$

Ratkaisu on siis

$$y(x) = \frac{1}{2}x^2 + 1.$$

#### VIITTEET

- [1] R. A. Adams and C. Essex, *Calculus: a complete course*, Ninth edition, Pearson, Ontario, 2018. Sivut 291.