

Laskuharjoitus 7

1. Olkoon annettu pisteet $p^0 = (-1, 1)$, $p^1 = (0, -1)$, $p^2 = (1, 2)$, $p^3 = (2, 1)$. Muodosta näitten pisteitten kautta kulkeva kuutiosplini $\mathcal{S}$. Käytä reunaehtoja $\mathcal{S}''(-1) = 1$ ja $\mathcal{S}''(2) = -1$.
2. Käytetään edellisen tehtävän pisteitä. Mikä on kuutiosplini jos annetaan reunaehdot $\mathcal{S}'(-1) = -1$ ja $\mathcal{S}'(2) = -1$? Vertaa äsken saatuun ratkaisuun.
3. Valitse jotkin $0 = t_0 < t_1 < t_2 < t_3 = 1$ ja muodosta parametrisoitu kuutiosplini joku kulkee edellisten tehtävien pisteitten kautta järjestyksessä p^0, p^3, p^2, p^1 .
4. Joskus on hyödyllistä käyttää parametrisoituja käyriä vaikka käyrä voitaisiinkin esittää muodossa $y = f(x)$. Olkoon $f(x) = x^{1/3} + \sin(x)$. Näytä että tämä voidaan esittää muodossa

$$c(t) = (t^3, t + \sin(t^3))$$

Miksi tämä muoto on parempi?

5. Edellisen tehtävän funktion tapauksessa laske ”tavallinen” kuutiospliniapproksimaatio funktiolle f käyttäen pisteitä $p^0 = (-1/2, -2^{-1/3} - \sin(1/2))$, $p^1 = (0, 0)$ ja $p^2 = (1/2, 2^{-1/3} + \sin(1/2))$. Käytä reunaehtoina funktion toisen derivaatan tarkkaa arvoa. Tee sitten parametrisoitu kuutiospliniapproksimaatio käyrälle c käyttäen samoja pisteitä. Vertaa saatuja käyriä.
6. Valitse jotkin $0 = t_0 < t_1 < t_2 < t_3 = 1$ ja muodosta Bézier-käyrä käyttäen ensimmäisen tehtävän pisteitä järjestyksessä p^0, p^3, p^2, p^1 . Piirrä kuva.