

Kuva 2.

kaan. Voidaan siis sijoittaa ylempanä olevaan yhtälöön  $\gamma = \frac{\pi}{100 \times 4}$ , jolloin saadaan

$$g = \left( \frac{d}{\sqrt{\frac{4^2 \times 100}{\pi^2 \times 100}}} \right)^2 = \left( \frac{d}{\pi} \right)^2.$$

Laskettaessa pyöröraudan painoa suoritaan lasku  $\left( \frac{d}{\pi} \right)^2$  juoksijan viivojen avulla

siten, että oikeanpuolinen viiva asetetaan raudan läpimittaa osoittavan luvun kohdalle perusasteikolla ja vasemmanpuolisen viivan

kohdalta luetaan raudan metripaino neliöasteikolta. Samalla saadaan poikkileikkauksen pinta-ala lukemalla neliöasteikko keskimmäisen viivan kohdalta.

Esimerkki (kuva 2.):  
 läpimitta  $d = 4.15$  cm  
 pinta-ala  $F = 13.55$  cm<sup>2</sup>  
 paino  $g = 10.6$  kg/m.

Kalervo Jäppinen.

#### THE CALCULATION OF THE WEIGHT OF ROUND-IRON ON THE SLIDING-RULE.

The writer explains two comparatively easy methods by which the weight of round-iron can be calculated on the sliding-rule.

### UUSI INTEGROIMISKONE<sup>1)</sup>.

Viime vuosina on rakennettu integroimiskoneita, joiden suoritukset ylittävät sen, mitä aikaisemmin on pidetty mahdollisena. Niiden varsinainen keksijä on toht. V. Bush Cambridge Mass., joka vuonna 1931 sai differentiaalianalysointinsa käyttökuntoon ja ratkaisi sillä differentiaaliyhtälöitä ja yhtälöryhmiä. Koneen merkitys on siinä, että se mekaanisesti suorittaa tehtäviä, joita ei ensinkään tai vain vaivalloisten ja pitkäaikaisten laskujen avulla muuten voitaisiin käsitellä. Monet olivat epäilleet, voisiko tällainen kone toimia tyydyttävästi. Sittenkin on mainitunlaisia koneita rakennettu m.m. Manchesterissä ja Osllossa. Norjalaisen koneen, joka on aivan äskettäin valmistunut, rakensi prof. Rosselandin johdolla toiminimi

<sup>1)</sup> S. Rosseland: Om differensialanalysatoren (Norsk matem. tidskrift 1937), K. Strøm Gundersen: Mekanisk integrasjon (Teknisk Ukeblad 1939), Meyer zur Capellen: Neuere Apparate zur mechanischen Integration (Zeitschrift für Instrumentenkunde 1937). S. Ekelöf: Matematiska maskiner i U.S.A. (Teknisk tidskrift, s. 143-154 (1939)). Bush'in julkaisuista on selostuksia Zentralblatt für Mathematik'issa. Cand. real. J. G. Garwick on hyväntahtoisesti antanut erinäisiä tietoja norjalaisesta koneesta.

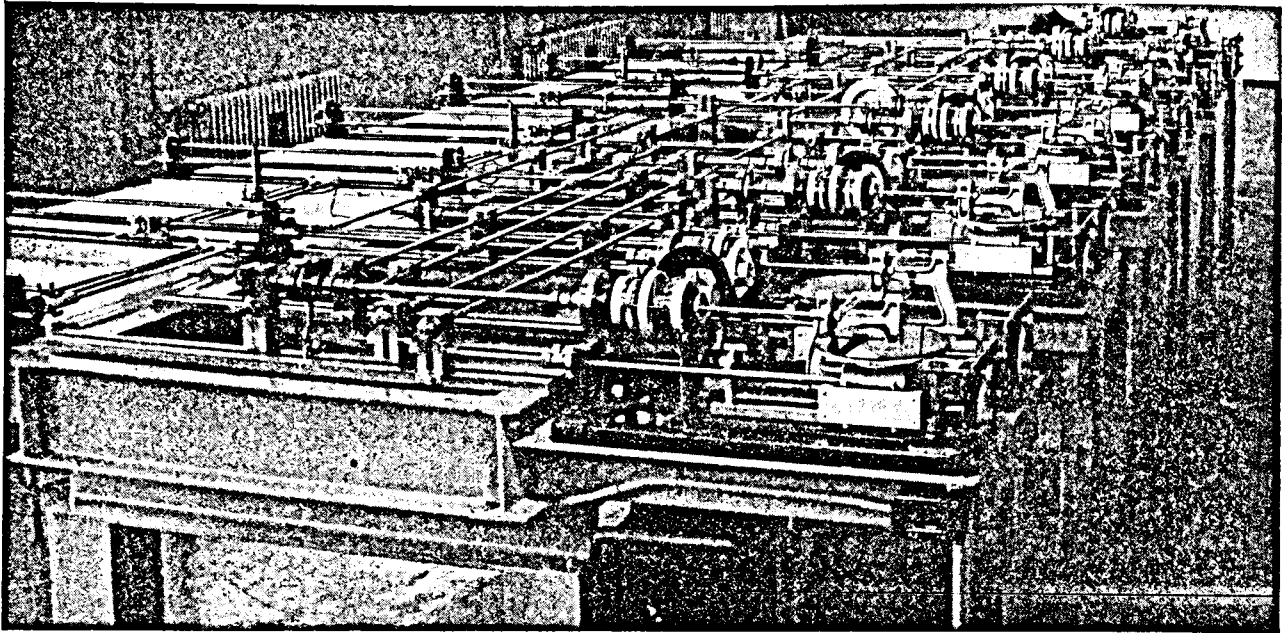
Gundersen & Løken (kuva 1). Tämä kone on alallaan maailman suurin ja paras. Sen vaatima lattiapinta on 17 m<sup>2</sup> ja se on maksanut n. 90.000 kruunua. Seuraava esitys koskee lähinnä juuri tätä konetta.

Mekaaninen integroiminen muuten ei ole uusi. Onhan *planimetrejä*, jotka kuten tunnettua laskevat määrätyn integraalin arvon, jo käytetty yli sata vuotta. Niitä on useita eri malleja ja eri tarkoituksiin sovellettuja muo-

toja. Muotoa  $\int_{x_1}^{x_2} f(x) dx$  olevien integraali-

en laskemista varten, joita integraaleja sovellutuksissa usein tavataan, on konstruoitu useita koneita. Erästä Suomessa konstruointua selostetaan sivulla 244-245. Edelleen on olemassa *integraafeja*, jotka automaattisesti piirtävät tunnetun käyrän, integraalikäyrän.

Differentiaalianalysointia edustavat muuttuvia suureita akselien kiertymiskulmat määrätystä perusasennosta luettuina. Akseleita on useita, pituus- ja poikittaissuuntaisia (kuv. 1 ja 3). Myöskin muutamia lyhyitä pystysuoria akseleita tarvitaan, nimittäin



Kuva 1. Differentiaalianalysointilaitteisto, Oslo.

edempänä mainittavia  $s$ -levyjä varten. Sitä akselia, joka esittää riippumatonta muuttujaa, pyörittää moottori. Pyörimisen siirtämiseksi akselista toiseen ja sen kertomiseksi määrättyllä (rationaali)luvulla käytetään ruuvi-pyöriä (kuvassa 3 merkityt ●). Kahden kiertymisen yhteenlaskemisen tai vähentämisen toimittavat tarvittaessa planeettapyörästöt. Ruuvitankoja käytetään pyörivän liikkeen muuttamiseksi suoraviivaisesti eteneväksi. Tärkeimpänä erikoislaitteena on mainittava integraattorit  $J$  (kuvat 2 ja 3), jotka jo paljon aikaisemmin ja toista tarkoitusta varten oli keksinyt *Zmurko*.

Integraattorin muodostavat vaakasuora pyörivä levy  $s$  ja sen päällä kitkan vaikutuksesta liikkuva pystysuora pyörä  $h$ , jonka säde on  $r$ . Viimeksimainitun akseli on paikallaan, mutta vaakasuoran levyn  $s$ :n keskuksen ja  $h$ :n sivuamispisteen etäisyys vaihtelee, se olkoon  $f(x)$  (kuva 2). Levyn  $s$  kiertyessä pienen kulman  $dx$  verran, olkoon  $h$ -levyn kiertymisen  $dy$ . Toisiaan koskettavat  $s$ :n ja  $h$ :n viivaelementit ovat  $f(x)dx = r dy$ , josta seuraa  $y = \frac{1}{r} \int f(x) dx$ .  $h$ -pyörän akselin kiertyminen tulee siis olemaan  $y$  eli integraalin arvo. Integroimismuuttujaa edustaa  $s$ -levyn kiertymisen ja integroitavaa funktiota edellämainittu etäisyys  $f(x)$ . Tällöin jätämme vakiotekijät huomiotta.

Differentiaalianalysointilaitteiston integraattorien ukumäärää voidaan pitää koneen työkyvyn

mittana. *Bushin* alkuperäisessä koneessa niitä oli 6, *Rosselandin* koneessa on kokonaista 12, ne näkyvät kuvassa 1 oikealla.

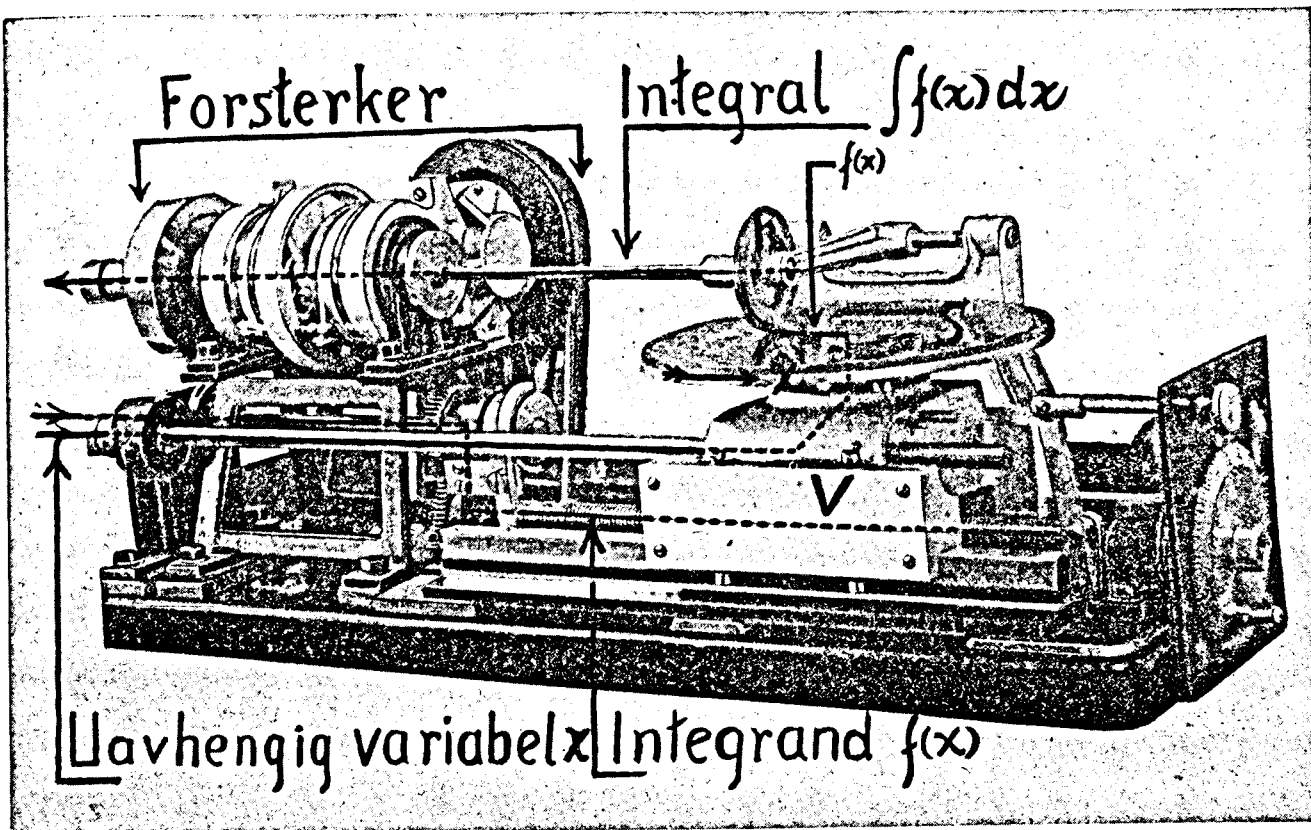
Vielä tarvitaan koneessa joitakin moottorin käyttämiä »vääntömomentinvahvistajia» ja »kuolleenkäynnin kompensattoreja». Ensimmäinitut ovat alkuaan amerikkalaisen insinöörin *Niemanin* toista tarkoitusta varten suunnittelemat. Ne vahvistavat  $h$ -pyörän vääntömomentin jopa 7000 kertaiseksi.

Kuvassa 1 näkyy vasemmalla 7 piirustus-pöytä. Jokaisella niistä on vaunu  $V$ , joka kun sitä (käsini) siirretään pitkin edeltäpäin piirrettyä käyrää, saattaa määrätyn akselin kiertymään käyrän ordinaattaan verrannollisesti. Tämä aikaansaadaan ruuvitangoilla. Jos vaunuun kiinnitetään kynä, voidaan sitä kääntäen käyttää akselin pyörimisen rekisteröimiseksi.

Määrätyn differentiaaliyhtälön ratkaisemista varten on tähän tarvittavat akselit kytkettävä yhtälön muotoa vastaavalla tavalla. Tässä mielessä norjalaisella koneella on suurimmat mahdollisuudet.

Kuvasta 3 näkyy kytkentäkaava yhtälöä  $\frac{d^2y}{dx^2} = y \cdot f(x)$  varten, jolloin tullaan toimeen kahdella integraattorilla. Ensin merkitään  $F(x) = \int f(x)dx$  ja käyrä  $y = F(x)$  piirretään, esim. integraafilla, tai itse koneella. Annettu differentiaaliyhtälö kirjoitetaan sitten muotoon

$$y = \int z dx, \quad z = \int y dF.$$



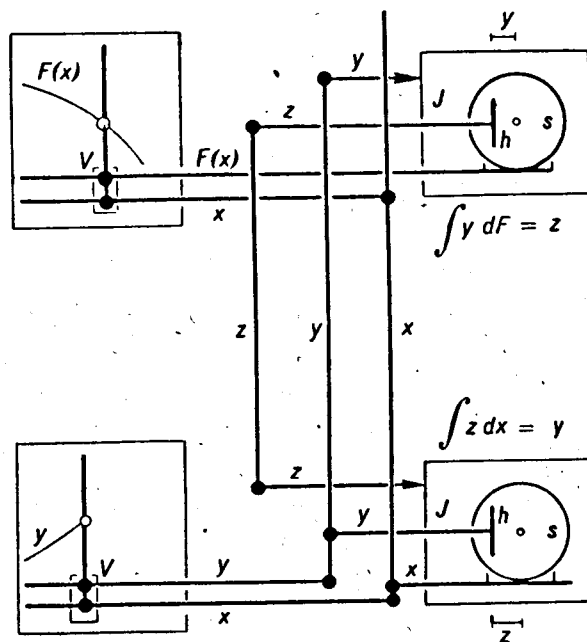
Kuva 2. Integraattori.

Kuvasta 3 näkyvät kaikki tarvittavat akselit ja kunkin viereen on merkitty sen kiertymisen edustama muuttuja. Milloin pyörivä liike on (ruuvitangon avulla) muutettava suoraviivaiseksi, on tämä ilmaistu nuolenkärjellä. Kuvasta 3 näkyy kaksi sellaista, nimittäin eräällä  $y$ - ja eräällä  $z$ -akselilla. Ne kuvaavat vaakasuorien  $s$ -levyjen siirtymistä  $h$ -pyöriin nähden.

Kun moottori panee pitkän  $x$ -akselin (kuvassa 3 pystysuora) kiertämään, siirtyy tämä liike ruuvipyörien välityksellä kolmeen muuhun  $x$ -akseliin ja yhdestä niistä toiseen  $s$ -levyyn. Toisen  $s$ -levyn kiertymisen aikaansaa akselin  $F(x)$  kautta vaunu  $V$ , kun sitä kuljetetaan jo piirrettyä käyrää  $y = F(x)$  pitkin.  $y$ - ja  $z$ -akselien kytkentä näkyy kuvasta; kun laite on käynnissä, joutuvat nämäkin akselit kiertymään määrättyllä tavalla. Edellisen liike  $y$  rekisteröidään käyränä ja esittää differentiaalilyhtälön määrättyä yksityisratkaisua.

Paitsi laajoihin tarkistus- ja koetöihin ovat *Bush* ja *Rosseland* erityisesti käyttäneet koneitaan tähtitieteellisiin tarkoituksiin. Mutta ainakin *Bushin* koneella ja *Hartreen* Manchesterissa rakentamalla on jo ratkaistu teknillisiäkin probleemoja.

Sellaisina tehtävinä, joiden suorittamiseen selostettuja uusia koneita lähinnä tarvitaan, on mainittava eräät vaikeat hydro- ja aero-



Kuva 3. Kytchentäkaava.

dynaamiset sekä siltarakennusalaan kuuluvat probleemit.

Integroimiskoneitten merkitystä osoittaa vielä se, että Amerikassa on rakenteilla uusia sellaisia joista yksi tulee olemaan vielä suurempi kuin Osllossa oleva.

E. J. Nyström.

## A NEW INTEGRATING MACHINE.

The description of an integrating machine built by Messrs. Gundersen & Locken, Oslo, under the supervision of Prof. Rosseland.

## STIELTJESPLANIMETRI, SUOMALAINEN INTEGROIMISKOJE.

Tavallisen planimetroimistehtävän, integraalin  $\int_{x_1}^{x_2} f(x) dx$  määrittämisen ohella näyttelevät tekniikassa tärkeitä osaa integraalit, jotka voidaan saattaa muotoon

$$(1) \int_{x_1}^{x_2} f(x) dh(x) = \int_{x_1}^{x_2} f(x) h'(x) dx.$$

Tällaisia integraaleja kutsutaan Stieltjesintegraaleiksi. Tavallisimpia tekniikassa esiintyviä tapauksia ovat staattisen momentin ja hitausmomentin määräkset, jolloin on laskettava integraalien

$$M_x = \int f(x) x dx = \int f(x) d\left(\frac{x^2}{2}\right),$$

$$J_x = \int f(x) x^2 dx = \int f(x) d\left(\frac{x^3}{3}\right)$$

arvo. Myös yhdistetyn funktion integraali on käsitettävissä Stieltjesintegraaliksi, niinkuin muuttujia vaihtamalla helposti nähdään:

$$\int \bar{F}(y(x)) dx = \int F(y) dx(y).$$

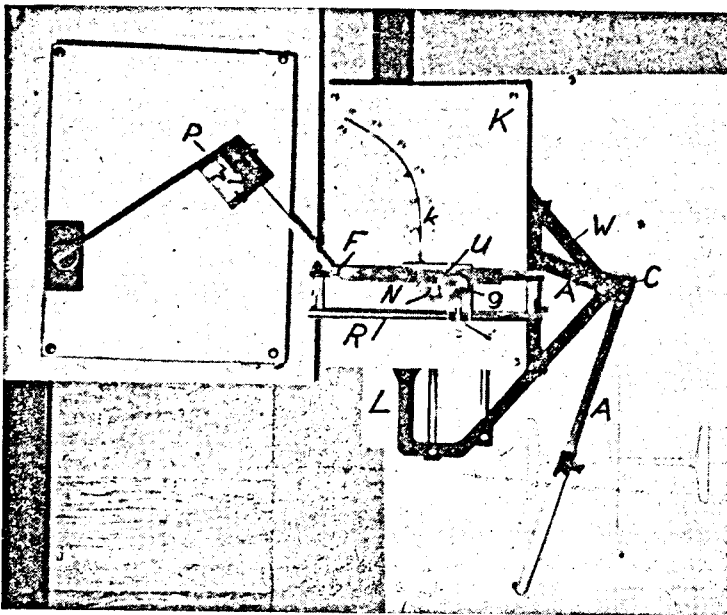
Eräiden tällaisten, tekniikassa yleisimmin esiintyvien Stieltjesintegraalin erikoistapauksien laskemista varten on konstruoitu erikoisplanimetrejä, joista tunnetuimpia lienevät momenttipanimetrit ja harmooniset analysointorit.

V. 1935 konstruoi Teknillisen Korkeakoulun professori E. J. Nyström<sup>1)</sup> »Stieltjesplanimetri», kojeen, jonka avulla voidaan integraalin (1) arvo laskea siinäkin tapauksessa, että molemmat funktiot  $f(x)$  ja  $h(x)$  ovat mieltävaltaisia, graafisesti tai numeerisesti tunnettuja funktioita. Hänen kojeensa vaatii käyttäjikseen kaksi henkilöä. Tämä tavallista suurempi työvoiman, vaikkakin tosin kouluttamattoman, tarve ja työtavasta johtuva tavalliseen planimetroimiseen nähden joltinenkin hitaus ilmeisesti suuresti rajoittavat tämän kojeen käyttömahdollisuuksia nimenomaan tekniikan palveluksessa.

Professori Nyströmin ehdotuksesta on tästä kojeesta nyt laadittu uusi konstruktio<sup>2)</sup>, jossa

<sup>1)</sup> E. J. Nyström: Ein instrument zur Auswertung von Stieljesintegralen (Soc. Scient. Fenn., IX. 4.) Comm. Phys.-Math.

<sup>2)</sup> E. Laurila: Über das Nyströmsche Stieltjesplanimeter (Soc. Scient. Fenn., Comm. Phys.-Math. X. 7.)



Kuva 1.



Kuva 2.

toisen henkilön toiminta on mekanisoitu. Uutta kojetta esittävät kuvat 1 ja 2.

Kojeen muodostaa nyt niinkuin ennenkin Mader-Ott'in harmooniseen analysaattoriin liitetty lisälaitte, joka käsittää kiskoparin  $R$ , liikkuvan piirustuslaudun  $K$ ,  $30 \times 21$  cm. eli paperikokoa  $A4$  varten, ja kiskoilla liikkuvan vaunun  $U$ . Liikkuvalla piirustuslaudalle kiinnitetään taipuisasta teräsjouesta muodostettu käyrä  $k$  toista integraalissa (1) esiintyvää funktiota varten. Jos on esimerkiksi määrättävä jonkin tunnetun pinnan, jonka rajakäyrä on  $y = f(x)$ , hitausmomentti  $x$ -akselin

suhteen, asetetaan teräsjousi käyräksi  $z = \frac{x^3}{3}$ .

Vaunussa  $U$  on pystysuoran akselin ympäri kiertävä pyöräpari  $N$ , jonka välitse jousi  $k$  joutuu kulkemaan. Kun piirustuslauta  $K$  liikkuu kiskoja  $R$  suhteen, liikuttaa jousi  $k$  silloin vaunua  $U$  kiskoja  $R$  myöten. — Käyrä  $y = f(x)$  asetetaan kiinteälle alustalle.

Kun varsinaisen analysaattorin kärkeä kuljetetaan pitkin käyrää  $y = f(x)$ , piirtää vaunuun  $U$  merkitty piste  $F$  suljetun käyrän, jonka rajoittaman alueen pinta-ala on, niinkuin kojeen teoria osoittaa, yhtäkuin integraalin (1) arvo. Pisteeseen  $F$  ei kuitenkaan ole kiinnitetty mitään piirintä, vaan suorastaan polaariplanimetrin  $P$  kärki, jolloin tämä planimetri välittömästi mittaa tuon muunnetun, piirtämättömän käyrän rajoittaman alueen pinta-alan. Tehtävässä vaadittu Stieltjesintegraalin arvo saadaan näin suorastaan planimetrin alku- ja loppulukemien erotuksena.

Stieltjesplanimetrin käyttö on siis täysin samanlaista kuin tavallisenkin planimetrin.

Teräsjousten asettaminen halutun käyrän muotoon riittävällä tarkkuudella käy muutamissa minuuteissa. Lopputuloksen virhe on eri mitauksissa ja useampien henkilöitten kojetta käyttäessä osoittautunut jäävän alle prosentin.

Integraali (1) osoittautuu olevan yleistetty muoto monille tekniikassa tavattaville integraaleille. Itse asiassa voikin stieltjesplanimetri korvata kaikki kaupassa olevat erikoisplanimetrit, joita nykyisin lienee kymmenkuntaa eri tyyppistä tehtävää varten. Kun tekniikassa lisäksi hyvin usein esiintyy tehtäviä, joita varten ei mitään erikoisplanimetrejä ole rakennettu ja stieltjesplanimetrillä myös se tapaus, jolloin molemmat integraalin (1) funktioista ovat empiirisiä funktioita, on käsiteltävissä, on selvää, että tällä kojeella on erinomaisen suuret mahdollisuudet tulla hyödylliseen käytäntöön tekniikan palveluksessa. Erikoisen mukavaksi tulee kojeen käyttö, jos useammin esiintyviä erikoistapauksia varten valmistetaan kiinteitä käyriä aseteltavan teräsjousten tilalle, jolloin kojeen kuntoonlaitto tällaisia tehtäviä varten tapahtuu kädenkäänteessä.

*Erkki Laurila.*

#### A FINNISH INTERGATING DEVICE.

A new integrating device for the integrals (1) is described and its use by some technical problems is discussed.

#### KYTKIN — KYTKY.

Saksalaisia sanoja *Kupplung*, joka merkitsee mekaanisesti yhdistävää laitetta ja *Schalter*, jolla tarkoitetaan laitetta, jonka avulla sähkövirtoja sähköjohdoissa ja -laitteissa kytketään ja ohjataan, on Suomessa yleensä vastannut yhteinen sana *kytkin*. Ja hyvin kai tällä yhteisellä nimellä on tähän asti tultukin toimeen. Mutta kehitys kulkee eteenpäin ja tuo tullessaan laitteita, jotka eivät enää tyydykään kulkemaan entisen yhteisen nimen turvin vaan haluavat korostaa omaa erikoisuuttaan omalla nimellään ja jättää entisen nimensä vanhempien veljiensä käytettäväksi. Saattaapa käydä niinkin, että nuorin veli haluaa pidättää itselleen »vanhan sukunimen» ja kehoittaa isoja veikkojaan hankkimaan itselleen uuden. Vii-

meksimainitulla tavalla on nyt syntynyt kiista *kytkin*-sanasta.

Sähkötekniikat ovat näet esittäneet, että *kytkin* jätettäisiin kokonaan heidän haltuunsa, sts. vastaamaan *Schalter*-sanaa, ja että *Kupplung*-sanan vastineeksi otettaisiin vanha suomalainen sana *kytky*. Kysymystä on käsitelty eri piireissä. Mm. Konerakentajain Kerho otti ehdotuksen harkittavakseen huhtikuun kokouksessa, jolloin sitä yksimielisesti vastustettiin. Myöhemmin oli se esillä sanastolautakunnan I työvaliokunnassa, jossa ovat edustettuina auto-, ilmailu-, koneenrakennus- ja sähköalat sekä sotateollisuus ja Suomen Standardisoimislautakunta. Tällöin esitettiin useita mielipiteitä sekä ehdotuksen puolesta että sitä