Kompleksianalyysi a
Syksy 2015
Harjoitus 4 / EXTRA!

1. Olkoon z_n kompleksilukujono jolle $\lim_{n\to\infty} z_n = \infty$. Näytä että
$$\lim_{n\to\infty} \chi(z_n, \infty) = 0.$$

2. Olkoon $z \in \mathbb{C}$. Mitä voit sanoa raja-arvosta $\lim_{n\to\infty} z^n$?
(*Vihje.* Kolme vaihtoehtoa.)

3. Olkoon $f(z) = z^3 + 1$, $z_1 = (-1 + i\sqrt{3})/2$ ja $z_2 = (-1 - i\sqrt{3})/2$. Näytä että pisteiden z_1 ja z_2 välisellä janalla ei ole sellaista lukua w jolle
$$f(z_2) - f(z_1) = f'(w)(z_2 - z_1).$$

4. Perustele miksi $f(z) = e^z$ on jatkuva koko kompleksitasolla. Käytä edellisten extratehtävien kolmatta tehtävää.

Complex Analysis a
Autumn 2015
Exercises 4 / EXTRA!

1. Let z_n be a sequence of complex numbers with $\lim_{n\to\infty} z_n = \infty$. Show that
$$\lim_{n\to\infty} \chi(z_n, \infty) = 0.$$

2. Let $z \in \mathbb{C}$. What can you say about the limit $\lim_{n\to\infty} z^n$?

   (*Hint.* There are three cases.)

3. Let $f(z) = z^3 + 1$, $z_1 = (-1 + i\sqrt{3})/2$ and $z_2 = (-1 - i\sqrt{3})/2$. Show that the line segment between z_1 and z_2 has no point w for which
$$f(z_2) - f(z_1) = f'(w)(z_2 - z_1)$$
would hold.

4. Show that $f(z) = e^z$ is continuous on the whole complex plane. Use the third problem of the previous extra exercises.