

2. © OLETUS: $|z_1| \leq |z_2| \leq \infty$

VÄITE: $\chi(\infty, z_1) \geq \chi(\infty, z_2)$

TOO. $\chi(0, z_1) = \frac{|z_1|}{\sqrt{1+|z_1|^2}} \leq \frac{|z_2|}{\sqrt{1+|z_2|^2}} = \chi(0, z_2),$ (*)

SILÄ:

$$h(x) = \frac{x}{\sqrt{1+x^2}} = \sqrt{\frac{x^2}{1+x^2}} = \sqrt{\varphi(x^2)},$$

MISSÄ $\varphi(x) = \frac{x}{1+x} = 1 - \frac{1}{1+x}$ ON

AIDOSTI KASVAVA VÄLILÄ $[0, \infty)$, SILÄ

$x \mapsto x^2$, φ JA $x \mapsto \sqrt{x}$ OVA AIDOSTI

KASVAVIA VÄLILÄ.

OLKoon $w_1 = \frac{1}{z_1}$ JA $w_2 = \frac{1}{z_2}$. NYT

$$\chi(\infty, z_1) = \chi\left(\frac{1}{\infty}, \frac{1}{z_1}\right) = \chi(0, w_1)$$

$$\stackrel{(*)}{\geq} \chi(0, w_2) = \chi\left(\frac{1}{0}, \frac{1}{w_2}\right) = \chi(\infty, z_2),$$

SILÄ $|w_1| = \frac{1}{|z_1|} \geq \frac{1}{|z_2|} = |w_2|$ OLETUKSEN

NOLALA.