

Fourier-analyysin peruskurssi
7. harjoitus 2014

1. Osoita Fourier-integraaliesitystä käyttämällä, että

$$\int_0^{\infty} \frac{1 - \cos(\pi w)}{w} \sin(wx) dw = \begin{cases} \pi/2, & \text{kun } 0 < x < \pi \\ 0, & \text{kun } x > \pi. \end{cases}$$

2. Osoita Fourier-integraaliesitystä käyttämällä, että

$$\int_0^{\infty} \frac{\cos\left(\frac{\pi w}{2}\right) \cos(wx)}{1 - w^2} dw = \begin{cases} \frac{\pi}{2} \cos x, & \text{kun } |x| < \pi/2 \\ 0, & \text{kun } |x| > \pi/2. \end{cases}$$

3. Muodosta funktion

$$f(x) = \begin{cases} x, & \text{kun } 0 < x < a \\ 0, & \text{kun } x \geq a \end{cases}$$

kosini-integraaliesitys.

4. Muodosta funktion

$$f(x) = e^{-x} + e^{-2x}, \quad x > 0,$$

kosini-integraaliesitys.

5. Etsi

$$\mathcal{F}_c\left(\frac{1}{1+x^2}\right).$$

Vihje: Sovella Laplacen integraalia.

6. Etsi funktion

$$f(x) = \begin{cases} e^{-x}, & \text{kun } x > 0 \\ 0, & \text{kun } x \leq 0 \end{cases}$$

Fourier-muunnos.