Fourier-analyysin peruskurssi
9. harjoitus 2014

1. Etsi muotoa
$$p(x) = c_0 + c_1 e^{ix} + c_2 e^{2ix} \tag{1}$$
oleva trigonometrinen polynomi siten, että
$$\begin{cases} P(0) = f_0 \\ P(2\pi/3) = f_1 \\ P(4\pi/3) = f_2, \end{cases}$$
missä $f_0, f_1, f_2 \in \mathbb{R}$.

2. Olkoon $\{x(j) : j \in \mathbb{Z}\}$ n-jaksollinen jono. Osoita, että
$$\hat{x}(k+n) = \hat{x}(k)$$
kaikilla $k \in \mathbb{Z}$.

3. Olkoon $\{x(j) : j \in \mathbb{Z}\}$ n-jaksollinen jono. Osoita, että
$$x(j) = \sum_{k=q}^{n+q-1} \hat{x}(k) e^{2\pi ijk/n}$$
kaikille $q \in \mathbb{Z}$.

4. Olkoon $\{x(j) : j \in \mathbb{Z}\}$ 4-periodinen jono siten, että
$$\begin{cases} x(0) = 0 \\ x(1) = 1 \\ x(2) = 0 \\ x(3) = -1. \end{cases}$$
Etsi jonon $\{x(j) : j \in \mathbb{Z}\}$ diskreetti Fourier-muunnos.

5. Olkoon $\{\hat{x}(k) : k \in \mathbb{Z}\}$ 4-periodinen jono siten, että
$$\begin{cases} \hat{x}(0) = 0 \\ \hat{x}(1) = -\frac{1}{2}i \\ \hat{x}(2) = 0 \\ \hat{x}(3) = \frac{1}{2}i. \end{cases}$$
Etsi jonon $\{\hat{x}(k) : k \in \mathbb{Z}\}$ diskreetti Fourier-käänteismuunnos.

6. Olkoon $\{x(j) : j \in \mathbb{Z}\}$ 4-periodinen jono siten, että
$$\begin{cases} x(0) = 1 \\ x(1) = 1 \\ x(2) = 1 \\ x(3) = -1. \end{cases}$$
Etsi jonon $\{x(j) : j \in \mathbb{Z}\}$ diskreetti Fourier-muunnos käyttämällä Lausetta 20.10.