

## Esimerkkejä graafeista osa 2

Tehtävissä hyödynnetään Eulerin teoreemaa tasograafeille:  $V - E + F = 2$  sekä EVI-lausetta:

$E \leq \frac{g}{g-2}(V - 2)$ . Kyseiset kaavat annetaan tentin yhteydessä.

1. Osoita, että yhtenäisessä graafissa  $G$ , jossa on  $n$  solmua ja ainakin yksi sykli, pitää olla ainakin  $n$  kaarta.
2. Olkoon tasograafin  $G$  ympärysmitta 3 ja solmujen lukumäärä 7. Osoita, että  $G$ :llä on **korkeintaan** 10 tahoja.
3. Kuinka monta
  - a. tahoja on yhtenäisessä tasograafissa, jossa on 5 kaarta ja 3 solmua?
  - b. kaarta on yhtenäisessä tasograafissa, jossa on 4 solmua ja 3 tahoja?
  - c. piirrä kyseiset graafit.
4. Olkoon tasograafin  $G$  ympärysmitta 3 ja solmujen lukumäärä 6. Osoita, että  $G$ :llä on **korkeintaan** 8 tahoja (siis ei tasan 8 vaan korkeintaan 8).