

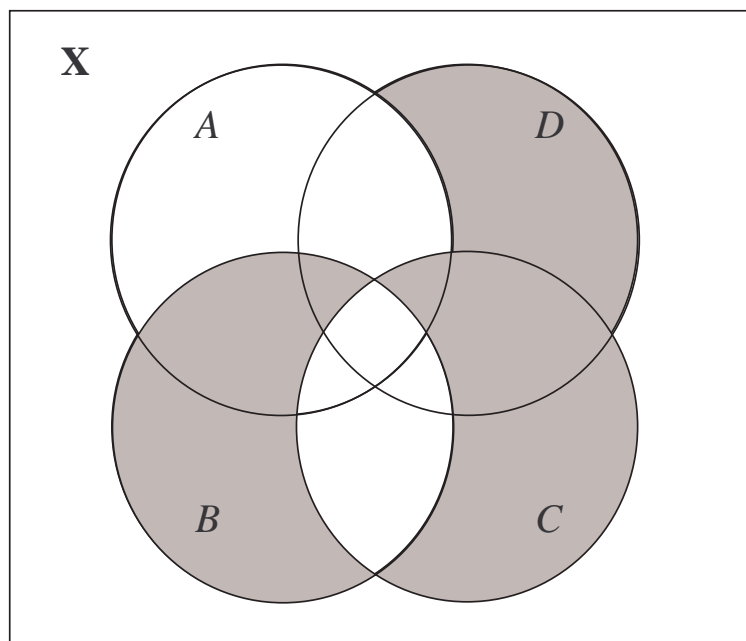
Tietoa kurssista kurssin pääsivulla

<http://www.joensuu.fi/matematiikka/kurssit/Diskreetti/index.html>

1. Olkoot  $A, B, C, D \subseteq E$ . Esitä Venn-diagrammeina joukot

a)  $\overline{A} \cap \overline{B} \cap \overline{C} \cap \overline{D}$       b)  $(A \cap D) \setminus C$   
c)  $(D \cap C) \cup (B \cap C) \setminus A$       d)  $\overline{A \cup B \cup C \cup D}$

2. Mitä joukkoa esittää seuraavan Venn-diagrammin harmaa alue?



3. Osoita, että luku  $11^n - 4^n$  on jaollinen luvulla 7 kaikilla  $n \in \mathbb{N}$ .

4. Osoita, että on olemassa  $n_0 \in \mathbb{N}$  siten, että  $2^n \geq n^2$  kaikilla  $n \geq n_0$ .

5. Mitkä seuraavista ovat *mielestäsi* logiikan lauseita ja mitkä totuusarvot niillä on?

a) ”Positiivisen luvun neliö on positiivinen.”

b) ”Jokaista  $x \in \mathbb{R}$  kohti on olemassa  $y \in \mathbb{N}$ , joille  $x+y > 2$ .”

c) ”On olemassa sellainen  $y \in \mathbb{N}$ , että jokaiselle  $x \in \mathbb{R}$  pätee  $x+y > 2$ .”

6. Olkoot

$P$  : ”Katselen televisiota.”,

$Q$  : ”Ratkaisen matematiikan kotitehtävät.” ja

$R$  : ”Opin matematiikkaa.”.

Ilmaise sanallisesti lauseet

a)  $P \wedge Q$  \_\_\_\_\_

b)  $Q \Rightarrow R$  \_\_\_\_\_

c)  $P \Rightarrow (\neg R)$  \_\_\_\_\_

d)  $(P \vee Q) \Rightarrow R$  \_\_\_\_\_

e) Miten esitetään logiikan merkinnöin lause ”Jos ratkaisen kotitehtävät enkä katsele televisiota, opin matematiikkaa.”? \_\_\_\_\_

7. Kaverukset ovat sopineet muutamille lauseille lyhenteet:

$K$  : ”Vietetään iltaa piilomajalla.”

$L$  : ”Mennään pyörällä.”

$M$  : ”Pelataan jalkapalloa kirkon takana.”

$N$  : ”Mennään uimaan Linnunlahdelle.”

$O$  : ”Mennään uimaan Aavarannalle.”

He jättävät joskus toisilleen viestejä ”salakirjoituksella”, jossa he yhdistelevät yllä olevia lauseita loogisia konnektiiveja käyttäen. Mitä tarkoittavat koodit

a)  $K \wedge L$  \_\_\_\_\_

b)  $(\neg K) \Rightarrow M$  \_\_\_\_\_

c)  $(\neg K) \Rightarrow ((N \vee O) \wedge M)$  \_\_\_\_\_

8. Todista, että implikaatio voidaan esittää negaation ja disjunktion avulla muodossa

$$P \Rightarrow Q \equiv (\neg P) \vee Q.$$

Tämä onnistuu näyttämällä totuusarvotaulukolla tautologiaksi lause

$$P \Rightarrow Q \Leftrightarrow (\neg P) \vee Q$$

(tai että lauseiden  $P \Rightarrow Q$  ja  $(\neg P) \vee Q$  totuusarvosarakkeet ovat identtiset).