

1. Kuinka monta numeroa on luvun  $391581 \cdot 2^{216193} - 1$  kymmenjärjestelmäesityksessä?
2. Todista osittelulain yleistys (Seurauksen 3.2.3 kohta D1’):

$$A \cap (B_1 \cup B_2 \cup \dots \cup B_n) = (A \cap B_1) \cup (A \cap B_2) \cup \dots \cup (A \cap B_n)$$

3. Olkoot  $\mathbf{X}$ ,  $\mathbf{Y}$  ja  $\mathbf{Z}$  joukkoja. Todista:
  - a) Jos  $A \subseteq \mathbf{X}$  ja  $B \subseteq \mathbf{Y}$ , niin  $A \times B \subseteq \mathbf{X} \times \mathbf{Y}$ .
  - b)  $\mathbf{X} \times (\mathbf{Y} \cup \mathbf{Z}) = (\mathbf{X} \times \mathbf{Y}) \cup (\mathbf{X} \times \mathbf{Z})$ .

4. Olkoot

$$A := \begin{pmatrix} 2 & -2 & 7 \\ 1 & 1 & 4 \end{pmatrix} \quad \text{ja} \quad B := \begin{pmatrix} 2 & -2 & 3 \\ 1 & 2 & -4 \end{pmatrix}.$$

Laske a)  $2A - 3B$ , b)  $A^T B$  ja c)  $(AB^T)^T$ .

5. Laske totuusarvomatriiseille

$$A := \begin{pmatrix} 0 & 0 & 0 & 1 & 1 \\ 1 & 1 & 0 & 0 & 1 \\ 0 & 0 & 1 & 0 & 0 \\ 1 & 1 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \end{pmatrix}, \quad B := \begin{pmatrix} 0 & 1 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 1 & 0 & 0 \\ 1 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 1 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 1 & 0 & 0 & 1 \end{pmatrix} \quad \text{ja} \quad C := \begin{pmatrix} 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 1 & 0 & 1 & 0 & 1 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 1 & 0 & 0 & 1 & 1 \end{pmatrix}$$

lauseke  $AB + C$

- a) Boolean aritmetiikalla
  - b) käyttäen kokonaislukuaritmetiikkaa ja etumerkkifunktiota SIGN.
6. Olkoon  $R$  joukko, jossa on ne kokonaislukuparit  $(m, n) \in \mathbb{Z} \times \mathbb{Z}$ , joille on voimassa

$$2 \leq m \leq 4 \quad \text{ja} \quad -1 \leq n \leq m.$$

Esitä  $R$  a) luettelomuodossa, b) ehtomuodossa, c) graafisesti koordinaatistossa.

7. Esitä luettelona ja havainnollista luennoissa esitetyillä tavoilla nuolikaavioina joukossa  $\mathbf{X} := \{1, 2, 3, 4, 5\}$  määritelty relaatio  $R$ , jossa

$$x R y \Leftrightarrow x+y \in \{4, 7\}.$$

8. Olkoot  $\mathbf{X}$  ja  $\mathbf{Y}$  äärellisiä epätyhjiä joukkoja. Olkoon  $\mathcal{R}$  joukon  $\mathbf{X} \times \mathbf{Y}$  kaikkien relaatioiden joukko ja

$$\mathcal{M} := \{ M_R \mid R \in \mathcal{R} \}$$

niiden matriisien joukko. Olkoon  $T := \mathbf{X} \times \mathbf{Y}$  ja  $R, S \in \mathcal{R}$ . Miten lasketaan vastaavien matriisien avulla

- a)  $M_{T \setminus R}$
- b)  $M_{R \cup S}$
- c)  $M_{R \cap S}$
- d)  $M_{R \setminus S}$ ?