

1. Etsi virittävät puut suuntaamattomalle verkolle $G = (\mathbf{X}, E, \Psi)$, kun

$$\mathbf{X} := \{x, y, z, t\},$$

$$E := \{\{x, y\}, \{x, z\}, \{x, t\}, \{y, t\}, \{z, t\}\},$$

ja Ψ on identtinen kuvaus.

2. Olkoon $G = (\mathbf{X}, E, \Psi)$ suuntaamaton verkko, jossa on n solmua, m kaarta ja p yhtenäistä komponenttia. Osoita, että

$$m \geq n - p,$$

ja että yhtäsuuruus pätee jos ja vain jos G on metsä.

3. Osoita, että äärellisessä suuntaamattomassa puussa, joka ei ole pelkästään yksi solmu, on ainakin 2 solmua, joiden aste on 1.

4. Etsi virittävät puut depth-first- ja breadth-first-menetelmillä suuntaamattomalle verkolle G , jonka matriisi on

$$M_G := \begin{pmatrix} 1 & 0 & 2 & 0 & 0 & 0 & 0 & 1 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 1 & 0 & 1 & 0 & 1 & 1 & 1 \\ 2 & 0 & 0 & 1 & 0 & 0 & 1 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 1 & 1 & 1 & 0 & 0 & 0 & 1 & 0 & 1 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 1 & 1 & 0 & 1 & 0 \\ 0 & 1 & 0 & 0 & 1 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 1 & 0 & 1 & 0 & 0 & 0 & 1 & 0 \\ 1 & 1 & 0 & 1 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 1 \\ 1 & 1 & 0 & 0 & 1 & 0 & 1 & 0 & 1 & 1 \\ 0 & 1 & 0 & 1 & 0 & 0 & 0 & 1 & 1 & 0 \end{pmatrix}$$

5. Olkoon $G = (\mathbf{X}, U, \Psi)$ suunnattu verkko, jossa ei ole erillisiä solmuja, ja jossa on nuolet

$$\{(a, b), (a, c), (a, f), (b, a), (b, d), (b, f), (c, b), (c, d), (c, f), (d, e), (e, d), (e, e), (e, f)\}$$

a) Piirrä verkko nuolikaaviona.

b) Muodosta verkon G yhteysmatriisi.

6. Onko tehtävän 5 verkko G

a) yksinkertainen tai täydellinen?

b) yhtenäinen tai vahvasti yhtenäinen? Jos ei, määritä komponentit.

c) Eulerin verkko?

d) Hamiltonin verkko?

Vihje: Yhtenäisyys: tarkastele vastaavaa suuntaamatonta verkkoa. Vahva yhtenäisyys: Tarkastele solmujoukon osajoukkojen virittämiä aliverkkoja.

7. Olkoon G äärellinen suunnattu verkko yhteysmatriisina M . Osoita, että arvoilla $k \in \mathbb{N}$ tulo matriisin $(b_{ij})_{n \times n} := M^k$ alkio b_{ij} ilmoittaa erilaisten k -pituisten nuolijonojen $x_i \rightarrow x_j$ lukumäärän.

Vihje: Rakenna induktiotodistus nuolijonon pituuden suhteen.