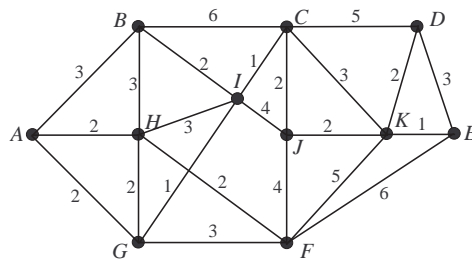

Diskreetti matematiikka2. kertauskoulustelu 8.12.2010 klo 12-14 M103

1. Kerro lyhyesti mutta täsmällisesti, mitä tarkoitetaan
 - a) kombinatoriikassa kombinaatioilla, variaatioilla ja permutaatioilla. (3 pistettä)
 - b) kahden suuntaamattoman verkon isomorfisuudella. (2 pistettä)
2. a) Ratkaise rekursiokaava ja alkuarvottehtävä $a_{n+1} - 7a_n = 0$, $a_0 = 4$. (2 pistettä)
b) Lukujono (a_n) koostuu luvuista $a_0 = 1$, $a_1 = 2$, ja arvosta $n = 2$ lähtien kukin luku on sen välittömän edeltäjän ja välittömän seuraajan summa.
Laske jonon 6 ensimmäistä lukua.
Muodosta asianmukainen rekursiokaava ja yleinen ratkaisu. (3 pistettä)
3. Olkoot verkon G solmujoukko $\mathbf{X} = \{1, 2, 3, 4, 5, 6, 7, 8, 9, 10\}$ ja matriisi

$$M_G := \begin{pmatrix} 0 & 0 & 1 & 0 & 0 & 1 & 1 & 1 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 1 & 1 & 0 & 0 & 0 & 0 & 1 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 1 & 0 & 0 \\ 0 & 1 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 1 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 1 \\ 0 & 0 & 1 & 1 & 0 & 1 & 0 & 1 & 0 & 0 \\ 1 & 0 & 0 & 1 & 0 & 1 & 1 & 0 & 0 & 0 \\ 1 & 1 & 0 & 1 & 0 & 0 & 1 & 0 & 0 & 0 \\ 1 & 0 & 0 & 1 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \end{pmatrix}$$

- a) Onko verkossa Eulerin, onko Hamiltonin polkuja? (1 piste)
 - b) Onko verkko yhtenäinen, onko se vahvasti yhtenäinen? (2 pistettä)
 - c) Etsi verkon vahvasti yhtenäiset komponentit. (2 pistettä)
4. **Ratkaise tämä tehtävä toiselle paperille.**

Tarkastellaan eräitä verkkoalgoritmeja painotetussa verkossa

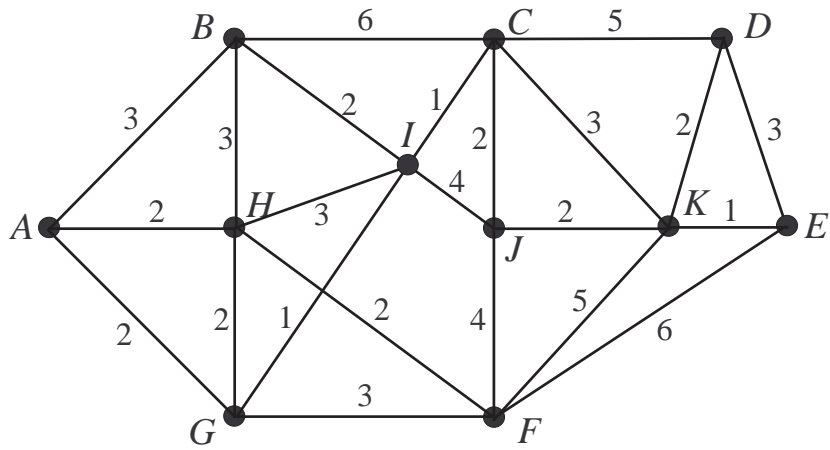


Valintatilanteissa noudata tuttua kriteeriä: valitse aina solmu, joka on aakkosissa mahdollisimman alussa. Piirrä puut kuvioihin, mutta näytä prosessin eteneminen selvästi myös taulukoimalla.

- a) Etsi Dijkstran menetelmällä lyhimmat ketjut verkon solmusta A muihin solmuihin. Mikä on saatavan virittävän puun yhteispaino?
- b) Etsi Primin menetelmällä minimaalinen virittävä puu. Mikä on sen yhteispaino?

Tehtävä 4. Valintatilanteissa noudata tuttua kriteeriä: valitse aina solmu, joka on aakkosissa mahdollisimman alussa. Piirrä puut kuvioihin, mutta näytä prosessin eteneminen selvästi myös taulukoimalla.

4. a) Etsi Dijkstran menetelmällä lyhimmät ketjut verkon solmusta *A* muihin solmuihin. Mikä on ketjujen muodostaman kaarijoukon yhteispaino?



4 b) Etsi Primin menetelmällä minimaalinen virittävä puu. Mikä on sen yhteispaino?

