

Joensuun yliopiston /  
Itä-Suomen yliopiston  
matematiikan laitoksen  
Pro gradut<sup>1</sup>  
Sivuaineen tutkielmat<sup>2</sup>  
Lisensiaatintutkimukset  
Väitöskirjat  
vuosilta 1974-2010

L<sup>A</sup>T<sub>E</sub>X-käännöksen tehnyt Marko Lamminsalo pohjautuen amanuenssi Eero Postin alkuperäisiin Elektromat-matemaattisen laitostutkimuslaitoksen sivuihin ja niiden kommentteihin<sup>3</sup> osoitteissa:

- <http://joyx.joensuu.fi/~posti/elkirjasto/index.htm>
- <http://joyx.joensuu.fi/~posti/elkirjasto/gradut.htm>
- <http://joyx.joensuu.fi/~posti/elkirjasto/listutk.htm>
- <http://joyx.joensuu.fi/~posti/elkirjasto/dissert.htm>

---

<sup>1</sup>Filosofian kandidaatin - nykyisin maisterin - tutkintoon on vanhastaan kuulunut pro gradu -tutkielman tekeminen. Joensuun korkeakoulun tutkintosäännössä (645/1974) vaadittiin, että "opiskelija laatii - - tutkielman - - sellaisen aineen alalta, jossa hän saa arvosanan laudatur". Niinpä tuohon aikaan tutkielmaa kutsuttiin laudaturtutkielmaksi. Asetuksessa luonnontieteellisistä tutkinnoista (1081/1978) säädettiin, että opiskeluun "syventävissä opinnoissa - - sisältyy tutkielman laatiminen". Siitä termi syventävien opintojen tutkielma. Vanha termi, pro gradu -tutkielma, otettiin viralliseen käyttöön asetuksessa humanistisista ja luonnontieteellisistä tutkinnoista (221/1994). Uusimmassa asetuksessa yliopistojen tutkinnoista (794/2004) säädetään, että "pääaineen - - syventäviin opintoihin sisältyy - - opinnäyte". Joensuun yliopiston matemaattis-luonnontieteellinen tiedekunta on päättänyt, että kyseistä opinnäytettä kutsutaan pro gradu -tutkielmaksi. Saas nähdä, millä nimellä gradu kulkee Itä-Suomen yliopiston luonnontieteiden ja metsätieteiden tiedekunnassa...

<sup>2</sup>Vuoden 1994 asetuksen mukaan tutkielma liittyy maisterin tutkinnon pääaineen syventäviin opintoihin, joten sivuaineissa ei vuoden 1994 jälkeen ole enää tutkielmia tehty. (Myös uudessa asetuksessa opinnäyte sisältyy pääaineen syventäviin opintoihin.)

<sup>3</sup>Viitattu 5.8.2011

# Sisältö

|   |           |
|---|-----------|
| <b>1 Pro gradut</b>   | <b>1</b>  |
| 1.1 A (11)  | 1         |
| 1.2 D (1)   | 1         |
| 1.3 E (6)   | 1         |
| 1.4 F (1)   | 1         |
| 1.5 G (3)   | 2         |
| 1.6 H (61)  | 2         |
| 1.7 I (5)   | 3         |
| 1.8 J (7)   | 4         |
| 1.9 K (86)  | 4         |
| 1.10 L (43)   | 7         |
| 1.11 M (41)   | 8         |
| 1.12 N (16)   | 9         |
| 1.13 O (4)  | 10        |
| 1.14 P (44)   | 10        |
| 1.15 R (29)   | 11        |
| 1.16 S (34)   | 12        |
| 1.17 T (35)   | 13        |
| 1.18 V (29)   | 14        |
| 1.19 Y (2)  | 15        |
| <b>2 Sivuaineen laudatur- ja syventävien opintojen tutkielmat</b> | <b>15</b> |
| <b>3 Lisensiaatintutkimukset (37)</b>                             | <b>16</b> |
| <b>4 Väitöskirjat (34)</b>  | <b>18</b> |
| 4.1 Aulaskari, Rauno (1978)                                       | 18        |
| 4.2 Chen Min (1991)   | 18        |
| 4.3 Eriksson, Sirkka-Liisa (1984)                                 | 18        |
| 4.4 Heittokangas, Janne (2000)                                    | 18        |
| 4.5 Joki, Jaakko (2002)   | 19        |
| 4.6 Jurvanen, Henna (2009)  | 21        |
| 4.7 Katajamäki, Kari (1993)                                       | 22        |
| 4.8 Kinnunen, Liisa (1998)  | 22        |
| 4.9 Korhonen, Risto (2002)  | 23        |
| 4.10 Kotilainen, Marko (2007)                                     | 24        |
| 4.11 Latvala, Visa (1994)   | 25        |
| 4.12 Li, Xiaonan (2005)   | 25        |
| 4.13 Liu Kai (2009)   | 26        |
| 4.14 Pesonen, Martti E. (1986)                                    | 27        |
| 4.15 Piipponen, Samuli (2010)                                     | 27        |
| 4.16 Pirinen, Aulis (1982)  | 28        |
| 4.17 Pöyhönen, Juha (1989)  | 28        |
| 4.18 Qi, Xiaoguang (2010)   | 29        |

|      |                           |    |
|------|---------------------------|----|
| 4.19 | Ramula, Ville (2006)      | 29 |
| 4.20 | Rieppo, Jarkko (1998)     | 30 |
| 4.21 | Ronkainen, Onni (2010)    | 31 |
| 4.22 | Rättyä, Jouni (2001)      | 32 |
| 4.23 | Silvennoinen, Heli (2003) | 33 |
| 4.24 | Smolander, Pekka (1998)   | 34 |
| 4.25 | Shupei, Wang (1994)       | 35 |
| 4.26 | Wu, Pengcheng (1999)      | 36 |
| 4.27 | Wulan, Hasi (1998)        | 36 |
| 4.28 | Xu, Wen (2008)            | 37 |
| 4.29 | Yang Congli (2010)        | 38 |
| 4.30 | Yang Degui (2000)         | 39 |
| 4.31 | Yang, Ronghua (2006)      | 40 |
| 4.32 | Yu, Junyang (1994)        | 40 |
| 4.33 | Zhang, Jilong (2008)      | 41 |
| 4.34 | Zhao, Ruhan (1996)        | 42 |

# 1 Pro gradut

Tutkielmia voi etsiä kirjaston kortistosta esim. asiasanalla *joegradu - matematiikka*. Kirjaston luettelon voi lajitella nimekkeen tai vuoden mukaan.

## 1.1 A (11)

|                   |   |      |
|-------------------|---|------|
| Aalinniemi, Matti | Legendren polynomit ja Besselin funktiot              | 2008 |
| Achren, Timo      | Rationaalilukujen desimaalikehitelmistä               | 1998 |
| Ahonen, Pirkko    | Pyöreän pöydän ongelma                                | 1989 |
| Ahonen, Reino     | Mayer-Vietoris jono ja sen käyttö                     | 1980 |
| Airaksinen, Esa   | Mel-cepstrum  | 2002 |
| Alastalo, Hannu   | Möbius ryhmien epäjatkuvuudesta                       | 1976 |
| Andersson, Pasi   | Puuston tunnistus automaattisessa metsäinventoinnissa | 1998 |
| Anttila, Aune     | Kvadraattisista lukukunnista                          | 2010 |
| Anttonen, Joni    | Aikuisväestön asenteista matematiikkaa kohtaan        | 2000 |
| Asikainen, Sampo  | Besselin funktiot                                     | 2008 |
| Aspelund, Mikko   | Aikasarjadata mallintaminen                           | 2007 |

Sisällysluettelo.

## 1.2 D (1)

|               |   |      |
|---------------|---|------|
| Dahlman, Eric | A formulation of Dirichlet series based on arithmetic functions | 1996 |
|---------------|---|------|

Sisällysluettelo.

## 1.3 E (6)

|                 |  |      |
|-----------------|--|------|
| Eero, Minna     | Gammafunktio   | 2010 |
| Enkkelä, Marja  | Epäeuklidinen geometria ja Poincarén malli   | 1990 |
| Eronen, Lasse   | Hilbertin aksioomat ja peruskoulun geometrian opetus aksiomaattisen lähestymistavan mukaan | 1997 |
| Ershova, Olga   | Metsän arvioinnin matemaattinen mallintaminen  | 2010 |
| Eskelinen, Pasi | Lyhimmät verkostot   | 2000 |
| Eskola, Saara   | Käyräintegraali ja sen soveltaminen  | 2001 |

Sisällysluettelo.

## 1.4 F (1)

|              |  |      |
|--------------|--|------|
| Fomin, Jukka | Matriisien ominaisarvoista ja -vektoreista | 1996 |
|--------------|--|------|

Sisällysluettelo.

## 1.5 G (3)

|                |   |      |
|----------------|---|------|
| Gaerdelen, Tom | Hyperbolinen geometria                      | 2008 |
| Gröhn, Janne   | Poisson-Stieltjes esitys yksikkökiekossa    | 2007 |
| Gröhn, Satu    | Fubini-Tonellin lause ja Sobolevin funktiot | 2010 |

Sisällysluettelo.

## 1.6 H (61)

|                     |   |      |
|---------------------|---|------|
| Haarala, Mika       | Differentiaaliyhtälöiden herkkyyshanalyysi                            | 1996 |
| Haiko, Sirja        | Kartioleikkaukset ja affiinit kuvaukset                               | 2010 |
| Hakala, Anniina     | Gammafunktio  | 2009 |
| Hakalahti, Arja     | Lukualueet - historiaa ja nykyäsitteitä                               | 1992 |
| Hakkarainen, Markus | Liittogradienttimenetelmä lineaarisen yhtälöryhmän ratkaisussa        | 2006 |
| Hakulinen, Esa      | $H^p$ -funktioiden perusominaisuuksista                               | 1984 |
| Hakulinen, Juha     | Kvasikonformisista kuvauksista euklidisessa avaruudessa $R^n$         | 1985 |
| Hallikainen, Antti  | Metrinen geometria  | 1990 |
| Hallikainen, Marja  | Harmoninen mitta ja sen sovellutuksia                                 | 1990 |
| Halonen, Pirjo      | Keskusindeksi ja maksimitermi   | 1981 |
| Halttunen, Juha     | Vaihdannaisten topologisten puoliryhmien teoriaa                      | 1981 |
| Hara, Heikki        | Heikko topologia ja refleksiivinen avaruus                            | 1980 |
| Hara, Riitta        | Neliön- ja kuutionjäännösten resiprookkilaeista                       | 2008 |
| Harakka, Marjo      | Pyramidi  | 2004 |
| Harju, Jyrki        | Diskreeteistä Markovin ketjuista                                      | 2001 |
| Harjula, Jari       | Avaruuden täyttävät käyrät  | 2006 |
| Hartikainen, Timo   | Hille-Yosidan lause   | 1983 |
| Hautala, Ali        | Hanoin tornien matematiikkaa  | 1997 |
| Hautamäki, Jarno    | Topologisen avaruuden perusryhmä                                      | 2001 |
| Heikkinen, Hemmo    | Geneettiset algoritmit ja junaliikenteen ohjaus                       | 1997 |
| Heikkinen, Kaija    | Superharmoniset struktuurit   | 1980 |
| Heikkinen, Margit   | Konvergenssilauseet martingaalien teoriassa                           | 1983 |
| Heikkinen, Ville    | Spektrikuvan pakkaus värekantojen avulla                              | 2004 |
| Heikura, Kaisa      | Lokaalikompaktisuus   | 1986 |
| Heiskanen, Arja     | Johdatus sumeraan joukko-oppiin                                       | 1995 |
| Heiskanen, Jaakko   | Suurten lukujen laki  | 1985 |
| Heiskanen, Reetta   | Säännöllisten monikulmioiden muodostaminen paperia taitellen          | 2002 |
| Heiskanen, Riitta   | Differentiaalipolynomit   | 1991 |
| Heiskanen, Susanna  | Aksiomaattinen geometria ja geometrian opetus                         | 1993 |
| Heittokangas, Janne | Meromorffunktioiden normaaliperheet                                   | 1996 |
| Helin, Harri        | Uuden matematiikan aikakausi kouluopetuksessa                         | 2003 |
| Helkala, Kirsi      | Molekyylien kiraalisuuden osoittaminen graafi- ja solmuteorian avulla | 2001 |

|                      |  |      |
|----------------------|--|------|
| Helynen, Juha        | Generoivien funktioiden teoria   | 1996 |
| Hiltunen, Juha       | Tilastollista luokitteluteoriaa ja sovellus mikrokuoppalevyjen luokitteluun                        | 1998 |
| Hiltunen, Olli       | Kultainen leikkaus ja sen käyttö koulumatematiikassa   | 1999 |
| Hiltunen, Raija      | Epäeuklidista geometriaa yksikkökiekossa   | 1981 |
| Hirvonen, Aki        | Keinotekoinen taajuuskaistan laajennus puheensirrossa käyttäen vektorikvantisointia                | 2002 |
| Hirvonen, Jani       | Superharmonisista struktuureista   | 1997 |
| Hirvonen, Juha       | Kauppamatkustajan ongelma  | 2001 |
| Hirvonen, Minna      | Blochin funktioista  | 1999 |
| Hirvonen, Ossi       | Rieszin esityslause  | 1979 |
| Holanti, Katja       | Ulkoballistiikka - liikettä vastustavat voimat   | 2006 |
| Holopainen, Ville    | Reaalilukujen approksimoinnista transkendenttilukuihin   | 2000 |
| Honkio, Kati         | Kolmannen ja neljännen asteen yhtälöiden ratkaisu  | 2005 |
| Horstia, Susanna     | Todennäköisyyslaskenta koulumatematiikan näkökulmasta  | 2008 |
| Hoskonen, Kirsti     | Maagisten monikulmioiden matematiikkaa   | 1994 |
| Hovila, Jouko        | Perusr ryhmä ja integraalinarvojen ryhmä   | 1989 |
| Huotari, Kaarle      | Hyperbolisten automorfismien dynamiikkaa 2-ulotteisella toruksella                                 | 1999 |
| Hurskainen, Olli     | Epähomogeenisten reuna-arvo-ongelmien ratkaisumenetelmiä   | 2008 |
| Husu, Ilkka-Kristian | Salakirjoituksia Caesarista RSA:han  | 2008 |
| Huttunen, Jussi      | Täydellisistä luvuista   | 2002 |
| Hyttinen, Markku     | Keskeinen raja-arvolause   | 2006 |
| Hyttinen, Veikko     | Kokonaislukujen esittäminen kokonaislukujen neliöiden summana                                      | 1993 |
| Hyvärinen, Risto     | Informaatio ja entropia  | 1996 |
| Hyyryläinen, Heikki  | Runge-Kutta -menetelmät  | 2009 |
| Hämäläinen, Kati     | Maastomallin konstruointi videokuvalta   | 1999 |
| Härkönen, Tiina      | Boolean algebraa   | 2001 |
| Härkönen, Vesa       | Harppi- ja viivotinkonstruktioista: antiikin ongelmat ja säännölliset monikulmiot                  | 2002 |
| Hätinen, Martti      | Todennäköisyyslaskennan tutkimusperusteet ja tapahtumien riippumattomuus sovelluksena jonoprosessi | 1996 |
| Höglund, Tero        | Pythagoras   | 2000 |
| Hölsä, Merja         | Geometrian asema matematiikan opetuksessa  | 1993 |

Sisällysluettelo.

## 1.7 I (5)

|                   |  |      |
|-------------------|--|------|
| Ihalainen, Antero | Fraktaaligeometria kouluopetuksessa                                      | 1998 |
| Ikonen, Leena     | Kokonaiskertominen lineaarinen differentiaaliyhtälö ja Petrenkon defekti | 1984 |
| Immonen, Mikko    | Subharmoniset funktiot   | 2004 |
| Inkinen, Marko    | Topologisten avaruuksien yhtenäisyys                                     | 2003 |
| Inkinen, Petri    | Hieno topologia avaruudessa $R^2$  | 1982 |

Sisällysluettelo.

## 1.8 J (7)

|                   |  |      |
|-------------------|--|------|
| Jantunen, Olli    | Hieno topologia harmonisessa avaruudessa   | 1975 |
| Joki, Jaakko      | Peruskoulun deduktiivinen geometria  | 1994 |
| Juntunen, Janne   | Satunnaismuuttujien riippumattomuus  | 2006 |
| Jurvanen, Henna   | Epäarkhimedisien analyysin alkeita   | 2005 |
| Juvonen, Jani     | Pölyan luettelointilause   | 2004 |
| Juvonen, Kari     | Dynaamisen geometriaohjelman käyttö proseduraalisessa ja konseptuaalisessa lähestymistavassa | 2002 |
| Juutilainen, Sari | Raja-arvo ja jatkuvuus lukio-opetuksessa   | 1993 |

Sisällysluettelo.

## 1.9 K (86)

|                    |  |      |
|--------------------|--|------|
| Kaarakka, Terhi    | Johdatusta Brownin liikkeeseen                                   | 1997 |
| Kahlos, Maija      | Konveksien funktioiden differentioituvuus normiavaruudessa       | 1981 |
| Kairala, Veli      | Tulotopologia  | 1988 |
| Kalevirta, Riitta  | Fraktaaliset ja väremuunnosta käyttävät kuvantiivistysmenetelmät | 1994 |
| Kangas, Jani       | Sekoitusten ryhmäteoria  | 2001 |
| Kangas, Vesa       | $p$ -adisten lukujen kunta                                       | 1999 |
| Karhapää, Timo     | Deskriptiivistä geometriaa lukioon                               | 1990 |
| Karhema, Pia       | Tasomuunnokset   | 2001 |
| Karhu, Petteri     | Lukujonoja Pascalin kolmiossa                                    | 2010 |
| Karikallio, Harri  | Todennäköisyyslaskennan historiaa ja geometrinen todennäköisyys  | 2004 |
| Karjalainen, Jukka | Ylioppilaskirjoitusten matematiikan tehtävät vuodesta 1874       | 2002 |
| Karjalainen, Minna | Univalenteista funktioista                                       | 2005 |
| Karjunen, Timo     | Similarity and numerical solutions in nonlinear diffusion        | 1990 |
| Karttunen, Kimmo   | Geometriaa kompleksimerkinnöin                                   | 2007 |

|                           |   |      |
|---------------------------|---|------|
| Karvinen, Jukka           | Lyhimpien polkujen atlas  | 1999 |
| Karvonen, Pasi            | Hyperbolinen geometria  | 2000 |
| Karvonen, Riitta          | Esimerkkejä 2-ulotteisista lokaalisti euklidisista geometrioista                      | 1989 |
| Kasanen, Pirjo            | Keskeinen raja-arvolause  | 1984 |
| Kaski, Mikko              | Aallokemuunnokset kuvankäsittelyssä   | 1996 |
| Katajamäki, Kari          | Schwarzin differentiaaliyhtälön ratkaisujen jako tekijöihin                           | 1988 |
| Kauppi, Anu               | Operaattoripuoliryhmät ja kaoottisen dynaamisen systeemin inversio-ongelma            | 1995 |
| Kauppinen, Jarkko         | Möbius-kuvauksista dimensiossa $n \geq 2$   | 1999 |
| Kauppinen, Laura          | Kolmiota koskevia lauseita  | 2009 |
| Keinänen, Martti          | Dirichlet'n probleema klassillisessa potentiaaliteoriassa                             | 1992 |
| Kela, Panu                | Lattia- ja kattofunktiot  | 1999 |
| Kero, Niina               | Lukuteorian historiaa Egyptistä Euleriin  | 2008 |
| Keronen, Eija             | Funktiokäsite kouluopetuksessa  | 1994 |
| Kettunen, Heikki          | Puolijatkuvat funktiot  | 1983 |
| Kettunen, Heikki          | Blaschke-tuloista ja Nevanlinnan luokasta   | 2003 |
| Kettunen, Jarkko          | Geometrisista algebroista   | 1999 |
| Kettunen, Juha            | Johdatus epäeuklidiseen geometriaan   | 1991 |
| Kettunen, Juha-Pekka      | Minimax-polynomiapproksimaatio  | 1996 |
| Kettunen, Kaisa           | Johdatus kankaiden geometriaan  | 1996 |
| Kilpeläinen, Hanna-Maarit | Eksponentti- ja logaritmfunktioiden esitystapoja                                      | 2008 |
| Kilpeläinen, Marika       | Derivaatta  | 2001 |
| Kinnunen, Jorma           | Implisiittifunktiolause   | 1990 |
| Kinnunen, Liisa           | Painlevén ensimmäisen differentiaaliyhtälön arvojenjakautumisteoriaa                  | 1984 |
| Kinnunen, Marjatta        | Nevanlinnan teorian toinen päälause   | 1986 |
| Kinnunen, Veli            | Jordan-alueista ja niiden konformikuvauksista   | 1983 |
| Kiukkonen, Jarmo          | Dirichlet'n probleema Riemannin pinnalla  | 1983 |
| Kivipato, Aki             | Puolijatkuvat numeeriset funktiot   | 2000 |
| Klemetti, Tarja           | Neliönjäännökset  | 1995 |
| Koivunoro, Kimmo          | Luvun $\pi$ likiarvon määrittämisen historiaa   | 1997 |
| Kokki, Esa                | Liittokooditekniikan soveltaminen matalan veden yhtälöiden havaintojen assimilointiin | 1995 |
| Kokko, Anu                | Klassinen sihteeriongelma   | 2001 |
| Kokkonen, Jari            | Lukiolaisten matematiikan taidot sekä haidän mielikuvansa matematiikasta              | 1998 |
| Kokkonen, Kaisa           | $\cos \pi \rho$ -lauseista  | 1994 |
| Kolehmainen, Tuomo        | Rubikin kuution matematiikkaa   | 1997 |
| Kolo-Vartiainen, Sari     | Neliväri-ongelma ja sen todistuksen syntyhistoria                                     | 1991 |
| Komi, Marja-Leena         | Differentiaali- ja integraalilaskennan sovellutukset eri maiden lukion oppikirjoissa  | 1987 |



|                     |   |      |
|---------------------|---|------|
| Kononen, Matti      | Differenssiyhtälöt ja $Z$ -muunnos  | 2003 |
| Kontkanen, Sanna    | Funktiokäsitteestä ja sen ymmärtämisestä lukiossa   | 2006 |
| Kontturi, Aki       | Äärellisten ryhmien karakterisoinnista  | 1999 |
| Koponen, Eeva       | Projisointia lineaarialgebran menetelmin  | 2004 |
| Koponen, Raimo      | Topologisista puoliryhmistä   | 1980 |
| Kopponen, Ari       | Alkulukulause   | 1979 |
| Kopra, Johanna      | Taylorin kehitelmä ja analyttinen jatkaminen  | 1998 |
| Korhonen, Kimmo     | Platonin monitahokkaiden kiertojen ryhmät   | 2000 |
| Korhonen, Risto     | Yksikkökiekon ulkopuolella meromorffisten funktioitten teoriaa  | 1999 |
| Korpelainen, Mauno  | Laatoitukset  | 1991 |
| Korpivuoma, Salla   | Jacobin symboli   | 2010 |
| Kortemäki, Jarkko   | Matematiikan oppikirjojen muutoksia   | 1996 |
| Koskela Arto        | Vektorianalyysin integroimiskaavat ja sovellukset   | 2004 |
| Koskimäki, Jarno    | Pseudoalkuluvut   | 1999 |
| Koskinen, Harri     | Algebrallisten yhtälöiden ratkaiseminen   | 1996 |
| Kostiainen, Tapani  | Pyörivä kolikko, tiet ja rattaat  | 1997 |
| Kosunen, Pekka      | Automaattinen derivointi ja sen soveltaminen harvojen Jacobin matriisien laskemiseen                          | 2002 |
| Kotilainen, Marko   | Konformikuvauksista ja niiden reunakäyttäytymisestä   | 2002 |
| Kotilainen, Minna   | Diskreetti matematiikka ja sen osuus lukion pitkässä matematiikassa   | 1996 |
| Kotilainen, Seppo   | Approksimaatiolauseista aksiomaattisessa ja klassillisessa potentiaali-teoriassa                              | 1978 |
| Kotilainen, Taija   | Schrödingerin yhtälön numeerinen ratkaisu   | 1999 |
| Kukkonen, Jari      | Kognitiivisten taitojen hankkiminen ACT teorian mukaan: erityisesti geometrian todistamiseen liittyvät taidot | 1994 |
| Kukkonen, Katja     | Polynomit ja äärelliset kunnat  | 2003 |
| Kukkonen, Timo      | Ketjumurtoluvut   | 1993 |
| Kukkurainen, Paavo  | Äärellistä kertalukua olevat meromorffiset funktiot   | 1981 |
| Kukkonlehto, Jarno  | Mongen projektio  | 1998 |
| Kupiainen, Antti    | Ljapunovin lause  | 1999 |
| Kupiainen, Pauliina | Näkökulmia irrationaalilukujen johtamiseksi rationaaliluvuista  | 2005 |
| Kuukasjärvi, Reeta  | Reaalianalyttiset funktiot: S. Bernsteinin lause  | 2000 |
| Kyyrönen, Kirsi     | Matematiikka korttitempuissa  | 1989 |
| Kähkönen, Marko     | Hamiltonin systeemin numeerinen integrointi   | 1998 |
| Kähkönen, Mari      | Epälineaarinen optimointi ja sen sovellus kunnallisten palveluiden hinnoitteluun                              | 2000 |
| Kärki, Anu          | Hausdorffin mitasta ja additiivisista joukkofunktioista   | 1979 |
| Kärki, Hannele      | Rungen ilmiö  | 1998 |
| Kärki, Juhani       | Dirichlet'n ehdoista  | 1985 |
| Kärkkäinen, Ville   | Lineaarikuvauksen iteraatio   | 2005 |

Sisällysluettelo.

## 1.10 L (43)

|                        |  |      |
|------------------------|--|------|
| Laakso, Anna           | Klassista tasogeometriaa   | 2000 |
| Lahtinen, Pasi         | Laplace-muunnoksen käänteismuunnos   | 1998 |
| Lahtinen, Tiina        | Normaaliperheistä  | 1993 |
| Laine, Ari             | Lukion differentiaalilaskenta  | 2008 |
| Laitinen, Anne         | Kappaleen kolmiulotteisen muodon konstruointi kuvasekvensistä                        | 2005 |
| Laitinen, Sari         | Simpleksimenetelmä ja sen duaalisuus   | 1997 |
| Laivamaa, Perttu       | The Geometric Supposer: työkaluohjelman merkitys geometrian opetuksen kehittämiseksi | 1997 |
| Lampela, Elina         | Binomi- ja multinomikertoimet  | 2007 |
| Lappalainen, Ari-Pekka | Mekaniikan differentiaaliyhtälöistä  | 2009 |
| Lappalainen, Henri     | Suhde ja verranto  | 2000 |
| Latvala, Visa          | Kapasiteetti sublineaarisen funktionaalina   | 1987 |
| Laukkanen, Petri       | Kolmion erikoispisteet   | 1998 |
| Laukkanen, Tapani      | Kirjainlaskennan käyttö ja opetus peruskoulun matematiikassa                         | 2001 |
| Launonen, Mirko        | Kartiroleikkaukset   | 2006 |
| Lavikainen, Jorma      | Tilastomatematiikka lukiossa   | 1996 |
| Lavinen, Jarkko        | Peiteavaruudet   | 1993 |
| Lehikoinen, Heljä      | Riemannin kuvaustehtävän reunavastaavuus   | 1986 |
| Lehikoinen, Seija      | Rajoittamattomista peitepinnoista  | 1987 |
| Lehmuskero, Matti      | Synteettinen kuvanmuodostus ja optimointi valaistuksen määrittämisessä               | 2000 |
| Lehtola, Hanna         | Vuorovaikutteiset matemaattiset animaatiot käsitteiden oppimisessa                   | 2002 |
| Lehtomäki, Vesa        | Euklidista geometriaa - historiaa ja nykypäivää                                      | 2000 |
| Lehtovirta, Marko      | Julian joukot polynomeille   | 2003 |
| Leinonen, Pirkko       | Harmoniset ja superharmoniset funktiot Riemannin pinnalla                            | 1983 |
| Lemmetty, Janne        | Lukujen ja säännöllisten monikulmioiden konstruointi                                 | 2006 |
| Lempinen, Reetta       | Kategoriat ja funktorit  | 1990 |
| Leppä, Merja           | Solmutorian lähtökohtia  | 1988 |
| Leppänen, Jani         | Pulmat ja pähkinät: ongelmanratkaisua lukiolaisille                                  | 1998 |
| Leskinen, Juhani       | Lineaarisen yhtälöryhmän ratkaisumenetelmät mikrotietokoneen kannalta                | 1991 |
| Lievonen, Tanja        | Gaussin merkitys lukuteoriassa   | 2008 |
| Lindlöf, Mia           | Käsitteen muodostaminen, omaksuminen ja opettaminen matematiikassa                   | 1996 |
| Lindroos, Aki          | Pakkausongelmien ratkaisumallit tasossa  | 1997 |
| Liuska, Reetta         | Kulma eri kulmista   | 1999 |
| Loikkanen, Juuso       | Elliptiset käyrät  | 2006 |
| Louhikallio, Sari      | Raportti geometrian kouluopetuksesta keväällä 1996                                   | 1997 |

|                  |  |      |
|------------------|--|------|
| Lukin, Tuija     | Differentiaali- ja integraalilaskennan sisältöjen ja käsittelytapojen kehittymisestä suomalaisessa koulumatematiikassa | 1990 |
| Lukkari, Soile   | Sarjojen suppeneminen ja derivoivuus   | 2010 |
| Luojus, Satu     | Äärelliset kunnat, perusteet ja soveltuvuus lukio-opetuksessa  | 1995 |
| Luoma, Juhani    | Kompaktin avaruuden yleistys   | 1979 |
| Luostari, Teemu  | Suodatetut signaalit   | 2007 |
| Luukkanen, Petri | Laatoituksia säännöllisillä monikulmioilla ja monilaatoilla  | 2001 |
| Luukko, Mervi    | Konveksit funktiot   | 2004 |
| Lännenpää, Anne  | Kartiroleikkaukset   | 2007 |

Sisällysluettelo.

## 1.11 M (41)

|                        |   |      |
|------------------------|---|------|
| Makkonen, Janne        | Graafinen laskin: työkalu lukion pitkään matematiikkaan                                       | 1997 |
| Makkonen, Jari-Pekka   | Möbius-kuvaus   | 1999 |
| Malinen, Kaarina       | Differentiaalimuodot ja integrointi monistoilla   | 1982 |
| Malvela, Taina         | Newtonin menetelmä ja sen epäonnistuminen   | 1997 |
| Marienberg, Jaana      | Pascalin kolmio sekä yleistetyt Pascalin kolmiot  | 1996 |
| Marila, Timo           | Riemann-Rochin lause  | 1976 |
| Marjava, Kirsi         | Perspektiivinen geometria   | 2008 |
| Martikainen, Petri     | Two microphone noise suppression: some techniques and simulations                             | 2001 |
| Martiskainen, Timo     | Nelikulmioiden jaottelu ja tasopakkaus säännöllisillä monikulmioilla sekä tähtimonikulmioilla | 2000 |
| Maskonen, Ari          | Projektiiiviset tasot ja Desarguesin lause  | 2003 |
| Matikainen, Matti      | Kerrosfinit ja analyttinen jatkaminen   | 1980 |
| Matikka, Jamie         | Mersennen alkuluvut   | 2006 |
| Matilainen, Raija      | Eräitä topologisen avaruuden kompaktisointeja   | 1974 |
| Matilainen, Timo       | Iteraatiot ja fraktaalit kouluopetuksessa   | 1999 |
| Mertojoki, Sini-Vuokko | Avaruudessa $L^2$ määriteltyjen funktioiden Fourier-sarjojen suppeneminen                     | 2009 |
| Metsätähti, Sami       | Yhtälönratkaisumethodit muinaisesta Egyptistä uuden ajan alkuun                               | 2004 |
| Mielonen, Olli         | Projektiiivinen geometria ja kartiroleikkaukset   | 2002 |
| Miettinen, Aulis       | Todennäköisyyslaskenta matematiikan kouluopetuksessa  | 1997 |
| Miettinen, Jaana       | BMO-funktioista   | 1986 |
| Miettinen, Marjo       | Vektorin palautuminen kantaan simpleksimenetelmässä   | 1996 |
| Miinalainen, Arja      | Dirichlet'n lause   | 2000 |

|                       |   |      |
|-----------------------|---|------|
| Mikkonen, Sami        | Kilpailumatematiikkaa   | 2000 |
| Molari, Jari          | Avaruuden kiertojen matriisi- ja kvaternioesitykset             | 2002 |
| Moller, Mikko         | Algebrallisten yhtälöiden ratkaiseminen                         | 2001 |
| Mononen, Kati         | Riemannin geometriaa  | 2003 |
| Motturi, Sirkka-Liisa | Matematiikka peruskoulun yläasteella                            | 1995 |
| Muikku, Tuija         | Rajoitetusti heilahtelevat funktiot                             | 2009 |
| Mustonen, Aila        | Fraktaalit  | 1992 |
| Mustonen, Lila        | Lukuteoriaa Gaussin kokonaisluvuilla                            | 1998 |
| Mustonen, Seija       | Schauderin kanta  | 1979 |
| Mutanen, Marko        | Splineistä  | 2008 |
| Myntti, Juha          | Matematiikan valinta siirryttäessä peruskoulusta lukioon        | 2004 |
| Myyryläinen, Kirsi    | Ominaisarvot ja ominaisvektorit sekä sovelluksia                | 1999 |
| Mäensivu, Irene       | Gibbsin ilmiö   | 1999 |
| Mäkeläinen, Ritva     | Tangenttien olemassaolosta Julia-joukon käyrille                | 1993 |
| Mäkinen, Antti        | Erotteluaksioomat ja upotus Hilbertin kuutioon                  | 2000 |
| Mäkipää, Minna        | Wiman-Valironin teoria  | 1992 |
| Mäkitalo, Markku      | Primitiivijuuret  | 2008 |
| Mäkäräinen, Mari      | Toisen asteen polynomin iterointi reaalialueella                | 1993 |
| Mättö, Ritva          | Matematiikkaa yläasteella                                       | 1995 |
| Määttänen, Ulla       | Kolmioiden yhtenevyys Neovius-Nevanlinnan ja Pogorelovin mukaan | 1994 |

Sisällysluettelo.

## 1.12 N (16)

|                    |   |      |
|--------------------|---|------|
| Natunen, Arto      | Kartoitus ja Beltramin differentiaaliyhtälö                 | 1980 |
| Naumanen, Pekka    | Kokonaiset funktiot ja rajoitettu indeksi                   | 1984 |
| Nenonen, Timo      | Hyperpinnat differentiaaligeometriassa                      | 2002 |
| Nevalainen, Antti  | Arkipäiväisiä todennäköisyyslaskennan probleemia            | 2008 |
| Nevalainen, Maarit | Eulerin matemaattisia saavutuksia                           | 2008 |
| Nevalainen, Ritva  | Pallon kierroista   | 1980 |
| Nevalainen, Teemu  | Todennäköisyyslaskennan synty ja varhaista kirjallisuutta   | 2008 |
| Normi, Ville       | Modifioitu Newtonin menetelmä                               | 2003 |
| Nurmi, Olavi       | Lukujen $e$ ja $\pi$ irrationaalisuus ja transkendenttisuus | 1992 |
| Nuutinen, Helka    | Multiplikatiivisista aritmeettisistä funktioista            | 1994 |
| Nuutinen, Jussi    | JIGIS - interaktiivinen verkkoalgoritmien opetustyökalu     | 2004 |
| Nuutinen, Timo     | Markovin prosesseista                                       | 1989 |
| Nykänen, Harri     | Hahmontunnistus   | 1989 |
| Nykänen, Minna     | Hamiltonin systeemin numeerinen ratkaiseminen               | 2000 |
| Näkki, Maiju       | Toisen asteen pinnat  | 2008 |
| Närhi, Marko       | Meromorfiten funktioiden sarja- ja tuloesitykset            | 1995 |

Sisällysluettelo.

### 1.13 O (4)

|                |  |      |
|----------------|--|------|
| Oksman, Arja   | Kumulatiivisten summien menetelmä prosessin laadunvalvon-<br>nassa                     | 1990 |
| Oljakka, Jouni | Integraaleja kouluopetuksessa  | 2004 |
| Olkkonen, Juha | Matematiikkaa paperia taittamalla  | 1998 |
| Orpana, Tiina  | Trigonometria peruskoulun matematiikan ja lukion laajan ma-<br>tematiikan oppimäärissä | 1996 |

Sisällysluettelo.

### 1.14 P (44)

|                    |   |      |
|--------------------|---|------|
| Pahkin, Leo        | Geometriasta ja sen opettamisesta   | 1993 |
| Pakarinen, Isa     | Elementtimenetelmä elliptisten tehtävien ratkaisussa  | 2008 |
| Pakarinen, Rauno   | Lineaaristen homogeenisten differentiaaliyhtälöryhmien rat-<br>kaiseminen eksponenttimenetelmällä               | 1997 |
| Partanen, Pekka    | Differentiaaleista Riemannin pinnalla   | 1976 |
| Partanen, Tarmo    | Kiintopistelauseita   | 1983 |
| Partinen, Pirkko   | Etäisyyden esittäminen kaksoissuhteen avulla, perusalueen hy-<br>perbolinen pinta-ala, Fuchsin ryhmän perusalue | 1985 |
| Pennanen, Juhani   | Matemaattisten algoritmien vaativuus  | 1997 |
| Pellikka, Marja    | Yksinkertainen satunnaiskulku   | 2008 |
| Peltola, Mikko     | Polynomien nollakohdat  | 2008 |
| Peltonen, Katja    | Tekijäavaruudet   | 2000 |
| Pesonen, Martti    | Johdatus energian käsitteeseen itseadjungoidussa harmonises-<br>sa avaruudessa                                  | 1978 |
| Pesonen, Silja     | Topologisen avaruuden metrisointi   | 1985 |
| Peura, Rauno       | Erikoisfunktioiden kuvausominaisuuksista  | 1985 |
| Peurla, Juho       | Määrätyn integraalin ja pintaintegraalin approksimointi kes-<br>kipistesäännöllä                                | 2010 |
| Pietarinen, Matti  | Lineaarista rajoitetuista operaattoreista ja niiden spektraa-<br>liteoriasta                                    | 2004 |
| Pietiläinen, Antti | Binomijakaumasta stokastisiin prosesseihin  | 2009 |
| Pihlava, Mikko     | Katastrofiteoria  | 2002 |
| Piipponen, Samuli  | Klassisen mekaniikan matemaattinen perusta ja kolmen kap-<br>paleen ongelma                                     | 2004 |
| Piira, Teppo       | Sekanttimenetelmä   | 2010 |
| Piirainen, Ari     | Tason joukkojen dimensioista  | 2003 |
| Piirainen, Heimo   | Uniformiavaruuden täydellisyys  | 1976 |
| Piirainen, Jouni   | Signaalin rekonstruktio aallokemuunnoksen lokaaleista maksii-<br>miarvoista                                     | 1995 |
| Piiroinen, Juha    | Pallon kiertojen äärellisistä ryhmistä  | 1986 |
| Piironen, Petri    | Kartoituksen matemaattiset perusteet  | 1989 |
| Piironen, Sami     | Kuolevuusfunktioista  | 2002 |
| Piironen, Sirpa    | Tapettiryhmät   | 1991 |
| Pirkonen, Kaisa    | Ehdollinen todennäköisyys ja riippumattomuus  | 2008 |

|                     |   |      |
|---------------------|---|------|
| Pitkänen, Kaisa     | Möbius-kuvausten ominaisuuksista  | 2007 |
| Polojärvi, Unto     | Meromorfinen funktion $l$ -kertaluku ja siihen liittyvät muut käsitteet   | 1988 |
| Porento, Mika       | Fraktaalidimensiosta ja sen laskemisesta  | 1996 |
| Porrasmaa, Timo     | Polynomiyhtälön ratkeavuus juurilausekkeiden avulla   | 1976 |
| Potkonen, Sirpa     | Graafit   | 1988 |
| Puranen, Pilvi      | Tiedonhakualgoritmien matematiikkaa   | 2010 |
| Purmonen, Juha      | Eräs sovellus suojaamattoman digitaalisen reaaliaikaisen tietoliikenneyhteyden suojaamiseksi                        | 2001 |
| Pursiainen, Ritva   | Projektiivinen taso ja Galois'n teoria  | 1984 |
| Puumalainen, Anita  | Koordinaatistoja ja koordinaatistojen käyttö peruskoulussa  | 1995 |
| Puumalainen, Jani   | Parametrien optimointi juuston jälkipakkausprosessin tarpeisiin teollista koesuunnittelumenetelmä Taguchia käyttäen | 2001 |
| Pykäläinen, Tuulevi | Yhdistetyn funktion kiintopisteiden lukumäärä kompleksitasossa  | 1992 |
| Pylkkönen, Minna    | Kuvioluvut  | 2001 |
| Pynnönen, Antti     | Simuloitu jäähtytys ja kauppamatkustajan ongelma  | 2003 |
| Päivinen, Niina     | Iteratiivisista menetelmistä lineaarisille yhtälöryhmille   | 2000 |
| Pääkkönen, Erja     | Diofantoksen yhtälöt  | 2006 |
| Pölönen, Harri      | Polynomimodulien äärellinen resoluutio  | 2005 |
| Pöyhönen, Juha      | F-ekstremaalit ja epälineaarinen potentiaaliteoria  | 1984 |

Sisällysluetteloon.

## 1.15 R (29)

|                    |   |      |
|--------------------|---|------|
| Rajakangas, Miia   | Fourier-sarjat jaksollisten funktioiden kuvaamisessa  | 2000 |
| Rajala, Eija       | Ryhmäteoria perusopetuksen näkökulmasta tarkasteltuna | 2005 |
| Ramula, Ville      | Multiresoluutioanalyysi ja ortonormaalit aallokkeet   | 2002 |
| Rapanen, Anita     | Pallogeometriaa                                       | 1995 |
| Rauma, Anna-Lena   | Kompleksisia alkeisfunktioita                         | 2008 |
| Rautio, Kata       | Fibonaccin luvuista                                   | 2008 |
| Reijonen, Hannu    | Standardimalli ja Eulerin karakteristika              | 1988 |
| Remes, Juha        | Kokonaisten funktioiden radiaalinen käyttäytyminen    | 2010 |
| Riedel, Riikka     | Konformi- ja kvasikonformikuvauksista                 | 2000 |
| Rieppo, Jarkko     | Automaattinen ryhmä                                   | 1995 |
| Riihiilä, Katja    | Lebesguen mitta ja integraali                         | 2000 |
| Riikonen, Aija     | Populaatiodynamiikan matemaattiset mallit             | 1996 |
| Riikonen, Pasi     | Riemannin zeta-funktiosta                             | 1996 |
| Riikonen, Pirkko   | Homeomorfismin differentioituvuudesta                 | 1977 |
| Rimpiläinen, Maria | Alkeisfunktioiden täsmälliset määritelmät             | 2008 |

|                     |   |      |
|---------------------|---|------|
| Rissanen, Kati      | Analyysin peruslause  | 2007 |
| Rissanen, Mika      | Tason äärelliset isometriaryhmät                                    | 2008 |
| Ristioja, Juha      | Feffermanin lause ja VMO  | 1993 |
| Rokkila, Jari       | Ryhmistä ja graafeista  | 1994 |
| Ronkainen, Onni     | Jaksollisista meromorffifunktioista                                 | 2007 |
| Ronkainen, Vesa     | Topologisista ryhmistä  | 1988 |
| Rosti, Tomi         | Tiedonhaun matemaattisista menetelmistä                             | 2005 |
| Rouvari, Kimmo      | Syklotomiset kunnat   | 1996 |
| Ruokolainen, Antti  | Kolmiot kompleksitasossa  | 2007 |
| Ryhänen, Kirsi      | Kompositio-operaattori $C_\varphi$ Hardyn avaruudessa $H^2$         | 2006 |
| Ryynänen, Eija      | Distribuutioiden perusominaisuuksia                                 | 1983 |
| Räsänen, Juha-Pekka | Calculating the current distribution of a microstrip dipole antenna | 1999 |
| Räsänen, Matti      | Ensimmäinen päälause Nevanlinnan teoriassa                          | 1979 |
| Räsänen, Riku       | Cauchyn integraalikaava ja sen seuraamukset                         | 1996 |
| Rättyä, Jouni       | $L^p$ -, $h^p$ - ja BMO-avaruudet                                   | 1999 |
| Röksi, Jouni        | Möbius-kuvauksista  | 1988 |

Sisällysluettelo.

## 1.16 S (34)

|                          |   |      |
|--------------------------|---|------|
| Saarelainen, Miia-Maarit | Alan Turingin merkitys matematiikalle   | 2009 |
| Saastamoinen, Juhani     | Digitaalisen videokuvan käsittelymenetelmiä automaattisen laadunvalvonnan tarpeisiin                | 1995 |
| Sainio, Juhani           | Logaritmi: kaksi näkökulmaa, matematiikan historiallinen ja Felix Kleinin didaktinen lähestymistapa | 2005 |
| Sainio, Sampo            | Yleiseen kantalukuun perustuvista lukujärjestelmistä  | 2009 |
| Sairanen, Marko          | Pascalin kolmiosta löytyvät Catalanin luvut   | 2007 |
| Sallinen, Tatu           | Jäykkien kappaleiden liikeyhtälöistä  | 2007 |
| Salmela, Risto           | Eksponenttifunktio ja sen sovellutuksia   | 1999 |
| Salminen, Markku         | Rajoitetun Hamiltonin systeemin numeerinen ratkaiseminen  | 2000 |
| Salminen, Merja          | Isoperimetrinen ongelma   | 1990 |
| Salopuro, Antti          | Junaliikenteen ohjauksen sekalukuoptimointimalli ja sen ratkaisualgoritmit                          | 1995 |
| Saria, Maria             | Filtterit   | 2001 |
| Sarjanen, Aku            | Kehityksellinen vai koulutuksellinen lähestymistapa geometrian opetukseen                           | 2002 |
| Savolainen, Juho         | Polynomi- ja rationaalifunktioilla tapahtuva approksimointi kompleksianalyysissä                    | 1987 |
| Sederholm, Leila         | Napierin logaritmit, Napierin logaritmitaulukot ja laskuviivain                                     | 2003 |

|                    |   |      |
|--------------------|---|------|
| Seppälä, Kari      | Kompleksiluvut matematiikan opetuksessa   | 1994 |
| Shemeikka, Ari     | Pallogeometriasta tähtitieteeseen   | 2000 |
| Siidorov, Virpi    | Fourier-sarjat ja niiden summaus Cesaron menetelmällä   | 2003 |
| Siltanen, Sanni    | Kuvanpakkaus unitaarimuunnosten avulla ja Karhunen-Loève-muunnoksen käyttö kasvokuville         | 1999 |
| Silvennoinen, Heli | Elliptiset funktiot   | 1999 |
| Simanainen, Minna  | Binomikertoimet ja Pascalin kolmio  | 1999 |
| Sirviö, Hannu      | Bernoullin ja Riccatin differentiaaliyhtälöistä   | 2010 |
| Sivonen, Kari      | Distortiolauseita analyttisille funktioille   | 1984 |
| Sivula, Helka      | Reaalifunktion jatkuvuus ja derivoituvuus   | 2008 |
| Smolander, Lisbeth | Hénon attractor   | 1999 |
| Smolander, Pekka   | Kiintopistelauseet  | 1989 |
| Soikkeli, Juha     | Lukion pitkän matematiikan opiskelijoiden ja yliopisto-opiskelijoiden näkemyksiä matematiikasta | 1996 |
| Sormunen, Marko    | Alkulukujen jakaantumisesta   | 2008 |
| Sormunen, Terhi    | Seifertin pinnat ja solmun genus  | 2002 |
| Sorsa, Jouni       | Fibonaccin luvut  | 2003 |
| Sorsa, Seija       | Aritmeettiset lukukolmiot   | 2003 |
| Stranden, Mikko    | Mittaaminen ja desimaaliluvut konstruktivistisesta näkökulmasta                                 | 2006 |
| Strandén, Seppo    | Lineaarista differentiaaliyhtälöistä  | 1975 |
| Suikki, Mika       | Matemaattisen todistuksen historiaa   | 1995 |
| Strömberg, Mika    | Ellipsi   | 1998 |

Sisällysluettelo.

## 1.17 T (35)

|                         |  |      |
|-------------------------|--|------|
| Tahvanainen, Janne      | Matemaattinen ongelmanratkaisu kouluopetuksessa              | 1995 |
| Tahvanainen, Jorma      | Singulaarinen homologia-teoria                               | 1989 |
| Tahvanainen, Juha-Pekka | Greenin kaava  | 1978 |
| Tahvanainen, Marko      | Geometriset konfiguraatiot                                   | 2010 |
| Tamper, Piia            | Ympyrän ominaisuuksista                                      | 2010 |
| Tanninen, Pia           | Kokeellisuus todennäköisyyslaskennassa                       | 1997 |
| Tanskanen, Eero         | Harmoninen mitta - yleisessä ja erikoistapauksessa           | 2006 |
| Tanskanen, Irina        | Kompleksilukujärjestelmistä                                  | 1993 |
| Teerikorpi, Kari        | Harmoninen mitta   | 1982 |
| Teittinen, Kari-Pekka   | Interpolointi  | 2010 |
| Terho, Tanja            | Algebraa ohjelmoiden - kurssin opetussuunnitelma ja toteutus | 1997 |
| Tihtonen, Kaisa         | Luku $e$ ja eksponenttifunktio                               | 2007 |
| Tihula, Merja           | Millaista matematiikkaa peruskoulussa?                       | 1995 |
| Tilli, Maria            | Epäeuklidisen geometrian historiaa                           | 2008 |



|                       |  |      |
|-----------------------|--|------|
| Tillonen, Jannamari   | Merkillinen luku $\pi$ ja sen historia                                       | 2007 |
| Timonen, Liisa        | Yksikkökiekossa sileiden funktioiden osaluokista                             | 1978 |
| Toivanen, Arto        | Konveksin monikulmion simpleksihajotelma                                     | 1998 |
| Toivanen, Olli        | De Giorgin metodi  | 2007 |
| Toivanen, Seppo       | Harmonisista ryhmistä  | 1980 |
| Tolvanen, Marko       | Diskreetti Fourier-muunnos   | 1996 |
| Tornberg, Päivi       | Ideaalit ja Gröbnerin kannat   | 2003 |
| Tossavainen, Timo     | Algebrallisen topologian alkeita   | 1994 |
| Tuikka-Kyllönen, Mari | Elliptiset integraalit   | 2000 |
| Tukiainen, Jani       | Puuston luokittelu ilmakuvausta  | 2000 |
| Tuominen, Ville       | Euklidisen tasokartan tarkastelu neliväriä lauseen todistuksen lähtökohdista | 2006 |
| Tuononen, Sami        | Kielen ja kalvon värähdysliikkeen matematiikkaa                              | 2006 |
| Turkia, Sanna-Mari    | Matemaattinen logiikka   | 2008 |
| Turkulainen, Jenni    | Äärettömyydestä  | 2008 |
| Turpeinen, Mia        | Suuret alkuluvut   | 2006 |
| Turunen, Jani         | Inversiiviset kuvaukset  | 2005 |
| Turunen, Ulla         | Polynomien nollakohdat ja tekijöihin jakaminen                               | 2005 |
| Turtiainen, Eeva      | Möbiuskuvaukset avaruudessa $R^3$  | 2002 |
| Turunen, Ville        | Differentiaaliluvusta  | 2001 |
| Tuupanen, Ismo        | Ketjukäyrä   | 2004 |
| Törnroos, Jukka       | Syklotomiset kokonaisluvut ja Fermat'n suuri lause                           | 1999 |

Sisällysluettelo.

## 1.18 V (29)

|                    |  |      |
|--------------------|--|------|
| Vainio, Petri      | Symmetria ja ryhmät  | 2003 |
| Vaittinen, Pertti  | $L^p$ -funktion Fourier-muunnos                                | 1981 |
| Valén, Ulla        | Euklideen Alkeista   | 2010 |
| Valkeejärvi, Katja | Avaruuskäyrien kaarevuus ja kierevyys                          | 2001 |
| Valtonen, Esko     | Normaaliperheistä  | 1982 |
| Varis, Jarno       | Geometriaa kompleksiluvuilla                                   | 2001 |
| Vartiainen, Ulla   | Gundersen-Mues-Steinmetzin yksikäsitteisyyslause               | 1987 |
| Vastamäki, Maria   | Householderin matriisin käyttö numeerisessa lineaarialgebrassa | 2009 |
| Vatanen, Raili     | Elliptiset funktiot  | 1982 |
| Vatanen, Sari      | Derivaatista   | 2000 |
| Vauhkonen, Sari    | Hyperboliset metriikat   | 2006 |
| Veltheim, Mirka    | Analyttisen funktion lokaaliset kuvausominaisuudet             | 1999 |
| Venäläinen, Auli   | Reaaliset algebrat $R$ , $C$ , $H$ ja $O$                      | 2002 |

|                         |   |      |
|-------------------------|---|------|
| Venäläinen, Teemu       | Topologisten avaruuksien metristyminen  | 2001 |
| Vetosalmi, Jyrki        | Analyttisen funktion erikoispisteet   | 2001 |
| Vienonen, Pekka         | Sylinterin muotoisen kappaleen vaipan määrittäminen videosekvenssistä                                   | 1997 |
| Virolainen, Anni        | Metsän puustotunnusten estimointi matemaattisin mallein   | 2010 |
| Virolainen, Hannu       | Suurten lukujen lait  | 2006 |
| Voutilainen, Hanna      | Lucas lukujonot ja Mersenne luvut   | 2001 |
| Voutilainen, Vesa       | Primitiivijuuret  | 1994 |
| Vähäkangas, Marja-Leena | Numerotaidottomuus - numeerisen tiedon ymmärtämisen vaikeus ja sen selittäjiä                           | 1999 |
| Väisänen, Laura         | Klassiset mittasuhteet  | 2007 |
| Vähäkoski, Hannu        | Pelimiehen todennäköisyyslaskentaa  | 2005 |
| Vänttinen, Simo         | Yksiulotteisten funktioiden dynamiikkaa   | 1995 |
| Väänänen, Arja          | Stone-Weierstrassin lauseet   | 1987 |
| Väänänen, Ilkka         | Kerrosennat ja epäjatkuvat ryhmät   | 1986 |
| Väänänen, Klaudia       | Eräs vaihtoehto todistamisen sisällyttämiseksi geometrian kurssiin                                      | 1996 |
| Väänänen, Olli          | Differentiaaliyhtälön $f''(z) + A(z)f(z) = 0$ ratkaisujen nolla-kohtien lukumääristä kiekossa $ z  < R$ | 1985 |
| Väänänen, Sanna         | Pituusavaruus   | 2003 |

Sisällysluettelo.

## 1.19 Y (2)

|                 |                              |      |
|-----------------|------------------------------|------|
| Ylinen, Teemu   | Geometrisia ääriarvotehtäviä | 2007 |
| Ylisirniö, Jari | Alkulukutestejä              | 2009 |

Sisällysluettelo.

## 2 Sivuaineen laudatur- ja syventävien opintojen tutkielmat

|                       |   |      |
|-----------------------|---|------|
| Ahonen, Jarmo         | Formaalien kielten teoriaa  | 1990 |
| Forsell, Martti       | Aksiomaattinen joukko-oppi  | 1992 |
| Keinonen, Tuula       | Spektraaliesitys  | 1979 |
| Korpelainen, Eero     | Stokastiset differentiaaliyhtälöt   | 1989 |
| Peiponen, Kai         | Residylause sovellettuna määrättyjen integraalien laskemiseksi                          | 1977 |
| Piironen, Antti       | Inverse methods for occultation measurements  | 1990 |
| Savinainen, Antti     | Differentiaalilaskenta lukiossa - matematiikan, fysiikan ja tietotekniikan integrointia | 1994 |
| Viiri, Jouni          | Paikka- ja impulssioperaattoreista  | 1986 |
| Virrankoski, Marjatta | Konvergenssi topologisissa avaruuksissa filttien ja verkkojen avulla                    | 1975 |

### 3 Licensiaatintutkimukset (37)

Tutkielmia voi etsiä kirjaston kortistosta esim. asiasanalla *joelis – matematiikka*.

|                        |  |      |
|------------------------|--|------|
| Eriksson, Sirkka-Liisa | Hyperharmoniset kartiot  | 1982 |
| Hara, Heikki           | Johdonmukainen ajattelu ja ammattikorkeakoulun matematiikka  | 1998 |
| Heittokangas, Janne    | Nevanlinnan teoriaa erälle yksikkökiekon funktioavaruuksille ja funktioluokille  | 1998 |
| Hirvonen, Jani         | H-solutions and their complex extensions   | 2001 |
| Hoskonen, Kirsti       | Peruskoululaisen matematiikkakuva  | 1999 |
| Joki, Jaakko           | Pythagoraan lauseesta pallon pinnalle  | 1999 |
| Jurvanen, Henna        | Non-Archimedean Nevanlinna theory  | 2006 |
| Kaarakka, Terhi        | Gaussin prosessien ominaisuuksista   | 2002 |
| Kampman, Heimo         | Kokista signaalinkäsittelijäksi: Kajaanin ammattikorkeakoulun tekniikan ja liikenteen alan tietotekniikan koulutusohjelman matematiikan opiskelusta ammattioppilaitospohjalta                | 1996 |
| Katajamäki, Kari       | Algebroidifunktiot ja arvojenjakautuminen  | 1990 |
| Keinänen, Martti       | Konstruktivistinen matematiikan opetus etälukiossa   | 1998 |
| Kettunen, Heikki       | Blaschke products in $\mathbb{Q}_p$ spaces   | 2007 |
| Kettunen, Jarkko       | Funktioteoriaa avaruudessa $\mathbb{R}^4$  | 2001 |
| Kinnunen, Jorma        | Rajoitetun analyyttisen funktion etäisyys avaruudesta VMOA   | 1996 |
| Kinnunen, Liisa        | Briot-Bouquet'n differentiaaliyhtälöt  | 1988 |
| Korhonen, Risto        | Logaritmisen derivaatan lemma ja Nevalinnan toinen päälause  | 2000 |
| Kotilainen, Marko      | Kompositio-operaattoreista avaruuksissa $F(p,q,s)$   | 2004 |
| Kukkurainen, Paavo     | Riemannin zeta-funktio ja algebralliset differentiaaliyhtälöt  | 1988 |
| Latvala, Visa          | Hieno topologia hyperharmonisissa kartioissa   | 1992 |
| Lavinen, Jarkko        | Automaattiset ryhmät   | 1998 |
| Lossmann, Eerik        | Multichannel EEG-based sleep stage scoring   | 1997 |
| Mäkipää, Minna         | Baernsteinin symmetrisaatioteoria  | 1994 |
| Nevalainen, Ritva      | Matemaattinen maailmankuva ja sen muodostuminen: Perhon lukiossa tapahtuva pitkän matematiikan seuranta- ja kehitystyö, erityisesti differentiaaliyhtälöiden syventävän kurssin kehittäminen | 1998 |
| Pesonen, Martti        | Gradienttimitan määrittelystä harmonisissa avaruuksissa  | 1982 |
| Pesonen, Silja         | Luokanopettajan matematiikka - eli millaista matematiikkaa tulleille luokanopettajille?  | 2001 |
| Pöyhönen, Juha         | Teichmüllerin avaruuden Fenchel-Nielsen-parametrisointi ja Borel-Serren kompaktointi   | 1986 |
| Reijonen, Hannu        | DeWittin supermonistot ja porrastetut monistot   | 1990 |

|                      |  |      |
|----------------------|--|------|
| Rieppo, Jarkko       | Algebrallisia menetelmiä differentiaaliyhtälöiden teoriassa                    | 1996 |
| Ristioja, Juha       | BMOA and VMOA on Riemann surfaces  | 1995 |
| Saastamoinen, Juhani | Explicit feature enhancement in visual quality inspection                      | 1997 |
| Silvennoinen, Heli   | On meromorphic solutions of the functional equation $f(p(z)) = q(f(z)) + h(z)$ | 2000 |
| Smolander, Pekka     | Teichmüllerin avaruuden yksikäsitteinen Fenchelin-Nielsenin parametrisointi    | 1993 |
| Toivanen, Olli       | Varioivan eksponentin kvasisuperminimoijat                                     | 2009 |
| Tossavainen, Timo    | Möbius-kuvausten kertoimista ja kompaktin pinnan Laplace-spektristä            | 1996 |
| Turtiainen, Eeva     | On modified Clifford analysis and the Dirac operator on manifolds              | 2004 |
| Turunen, Ville       | Differential algebraic approach to first and second Painlevé equations         | 2004 |
| Venäläinen, Auli     | On octonionic analysis   | 2004 |
| Sisällysluettelo.    |  |      |

## 4 Väitöskirjat (34)

Osion tietoja on otettu myös lähteestä <http://wanda.uef.fi/vaitokset/>.

### 4.1 Aulaskari, Rauno (1978)

*On normal additive automorphic functions.* - Suomalainen tiedeakatemia, 1978. - 53 s. - (Annales Academiae scientiarum Fennicae. Series A 1, Mathematica. Dissertationes ; 23).

Väitöspäivä: 15.12.1978

Väitösk. : Joensuun korkeakoulu

Esitarkastajat: K. I. Virtanen ja Pentti Järvi

Vastaväittäjä: Tuomas Sorvali

Sisällysluettelon.

### 4.2 Chen Min (1991)

*Decompositions of Teichmüller space by geodesic length mappings.* - Suomalainen tiedeakatemia, 1991. - 31 s. - (Annales Academiae scientiarum Fennicae. Series A 1, Mathematica. Dissertationes ; 82).

Väitöspäivä: 27.11.1991

Väitösk. : Joensuun yliopisto

Esitarkastajat Olli Martio ja Tuomas Sorvali

Vastaväittäjä: Heinz Helling

Sisällysluettelon.

### 4.3 Eriksson, Sirkka-Liisa (1984)

*Hyperharmonic cones and hyperharmonic morphisms.* - Suomalainen tiedeakatemia, 1984. - 75 s. - (Annales Academiae scientiarum Fennicae. Series A 1, Mathematica. Dissertationes ; 49).

Väitöspäivä: 25.05.1984

Väitösk. : Joensuun yliopisto

Esitarkastajat Ilpo Laine ja Klaus Vala

Vastaväittäjä: Heinz Leutwiler

Sisällysluettelon.

### 4.4 Heittokangas, Janne (2000)

*On complex differential equations in the unit disc.* - Suomalainen tiedeakatemia, 2000. - 54 s. - (Annales Academiae scientiarum Fennicae. Mathematica. Dissertationes ; 122).

Väitöspäivä: 16.06.2000, klo 12, sali M1

Väitösk.: Joensuun yliopisto.

Esitarkastajat: Shamil Makhmutov ja Linda Sons

Vastaväittäjä: Erwin Mues, Hannover, Saksa

Kustos: Ilpo Laine

Info väitöstiedotteesta:

- syntynyt 1972,
- ylioppilas, Pyhäselän lukio, 1991
- Filosofian maisteri, Joensuun yliopisto, 1996
- Filosofian lisensiaatti, Joensuun yliopisto, 1998
- Tutkijakoulutettavana ja tutkijana vuoden 1997 alusta

Matematiikan kompleksianalyysiin liittyvässä väitöskirjatyössä "On complex differential equations in the unit disc" tarkastellaan kompleksisten differentiaaliyhtälöiden teoriaa yksikkökiekkossa. Rolf Nevanlinnan arvojenjakautumisteorian synty vuosina 1922-1925 loi vankan pohjan kompleksisten differentiaaliyhtälöiden tutkimukselle. Vuoden 1966 julkaisussaan Hans Wittich sovelsi tätä teoriaa osoittaessaan, että lineaarisen ja homogeenisen differentiaaliyhtälön kertoimet ovat polynomeja, jos ja vain jos ko. yhtälön ratkaisut ovat analyyttisiä koko kompleksitasossa. Wittichin tuloksen voidaan katsoa aloittaneen differentiaaliyhtälöiden ratkaisujen kasvun tutkimuksen tasossa.

Kompleksisia differentiaaliyhtälöitä yksikkökiekkossa on tähän asti tutkittu kovin vähän huolimatta siitä, että koko tasossa differentiaaliyhtälöitä on tutkittu hyvin intensiivisesti. Valtaosa yksikkökiekkon tutkimuksesta ajoittuu 1940-luvun lopulta 1970-luvun alkuun keskittyen lähinnä ratkaisujen nollakohtien lukumäärän tarkasteluun. 1980- ja 1990-luvuilla on julkaistu vain yksittäisiä artikkeleita koskien analyyttisten ja meromorffisten ratkaisujen kasvua.

Tässä väitöskirjatyössä on keskitytty nimenomaan ratkaisujen kasvun tutkimiseen. Yhtenä päätuloksena on Wittichin tuloksen epätriviaali laajennus yksikkökiekkoon. Toiseksi pääsuunnaksi voidaan katsoa tutkimuksen, millä ehdoilla annetun differentiaaliyhtälön ratkaisut kuuluvat johonkin tunnettuun yksikkökiekkon funktioavaruuteen tai -luokkaan. Christian Pommerenken artikkeli vuodelta 1982 on tiettävästi ainoa tämän suunnan julkaisu. Lisäksi väitöskirjatyössä on tutkittu epähomogeenisten differentiaaliyhtälöiden analyyttisten ratkaisujen kasvua, sekä algebrallisten differentiaaliyhtälöiden meromorffisten ratkaisujen kasvua.

Sisällysluettelo.

## 4.5 Joki, Jaakko (2002)

*Ulkoluvusta hahmottavaan geometriaan: aineksia geometrian opetukseen erityisesti peruskoulussa.* - Joensuun yliopisto, 2002. - 289 s. - (Didaktisen matematiikan sarja / Joensuun yliopisto, Matematiikan laitos ; n:o 1).

Väitöspäivä: 13.12.2002, klo 12, sali P1 (Educa)

Väitösk.: Joensuun yliopisto

Esitarkastajat Olli Martio ja Harry Silfverberg  
Vastaväittäjä: Jorma Merikoski  
Kustos: Professori Tuomas Sorvali

Info väitöstiedotteesta:

- syntynyt 1941, Helsinki
- ylioppilas, Helsingin normaalilyseo, 1959
- FL, Joensuun yliopisto, 2000
- Peruskoulun matemaattisten aineiden lehtori Helsingissä 1974-2001

Filosofian lisensiaatti Jaakko Joki luo väitöstutkimuksessaan aineksia geometrian opetukseen. Didaktisen matematiikan alaan kuuluva väitös on alan ensimmäinen väitöskirja Joensuun yliopistossa. Joki käsittelee väitöksessään aluksi geometrian ja sen opettamisen historiaa. Erityiskohteiksi hän on valinnut Pythagoraan lauseen ja pythagoralaiset luvut, Eukleideen kirjoittaman teoksen *Stoikhei (Alkeet)* ja kehäkulmalauseen deduktiivisen todistuksen kulun eri vuosisatojen aikana. Joen mukaan Eukleideen menetelmään ei Suomessa ole paluuta nykypäivän opetuksessa, mutta hän vaatii kuitenkin euklidisen geometrian opetuksen kehittämistä.

Väitöksen tavoitteena on, että geometria hahmottuisi oppilaan mielessä. Tätä varten Joki on kehittänyt hahmottavaa materiaalia erityisesti peruskoulun käyttöön. Alemmilla luokilla voidaan hahmottaa annettuja geometrisia muotoja ja keksiä esimerkiksi paperintaittelun avulla tasogeometrian lauseita. Peruskoulun seitsemännelle ja kahdeksannelle luokalle on väitöskirjassa tarjolla kaksikin todistamiskokonaisuutta. Kumpikin niistä aloittaa oppilaalle selkeän tuntuisista lähtökohdista eikä Eukleideen 2300-vuotisen tradition mukaan aksiomaattisesti. Toisessa kokonaisuudessa uskotaan aluksi, että taso- kolmion kulmien summa on oikokulma ja toinen uskoo, että kahden saman säteisen ympyrän muodostama kuvio on symmetrinen kahdenkin suoran suhteen. Tutkimuksen yksi määritelmäkettu etenee ympyräkaksosista pianon intervallien geometriseen malliin.

Euklidisen kolmiulotteisen avaruuden hahmottamista varten väitöskirjassa esitetään tutkittavasta kappaleesta kolme mallityyppiä. Kappaleen kuvan piirtämisessä käytetään ruutuvihkoon sopivaa menetelmää. Erityishuomio kiinnitetään säännöllisiin monitahokkaisiin. Pallon pinnan geometrian tutkiminen johtaa epäeuklidiseen geometriaan peruskouluun sopivalla tasolla. Mikäli tästä jatketaan lukiossa, on mahdollisuus laskea Platonin kappaleiden kolmiulotteisten kulmien, niin sanottujen avaruuskulmien suuruudet. Tutkimuksessa näytetään myös mahdollisuus hahmottaa neliulotteinen kuutio.

Antiikin Kreikassa tieteet ja taiteet muodostivat yhden ison kokonaisuuden. Nykykoulussa opettajat kuitenkin puurtavat omien oppiaineidensa parissa. Joen mukaan matematiikan opettajien on syytä löytää yhteyksiä muissa aineissa esiintyviin tieteisiin ja taiteisiin käytännön opetustyössään, jotta matematiikan opetus laajenisi. Tutkimuksessaan Joki esittelee lyhyitä otteita kirjallisuudesta, kuvataiteesta ja musiikista: Mikäli Waltarim. käsittelee neliöjuuren ongelmaa kirjassaan *Turms, kuolematon, Salvador Dali* on käyttänyt neljättä ulottuvuutta *Corpus Hypercubus (Ristiinnaulitseminen)* -työssään ja pianon intervalleista on Joki itse kehittänyt geometrisen mallin.

Sisällysluettelo.

## 4.6 Jurvanen, Henna (2009)

*Studies on non-Archimedean complex analysis*. - Joensuun yliopisto, 2009. - 53 s. - (Report series / University of Joensuu, Department of Physics and Mathematics ; no. 15).

Väitöspäivä: 28.05.2009, 12.00, M101, Metria

Väitösk.: Joensuun yliopisto

Esitarkastajat: Alain Escassut ja Ha Huy Khoái

Vastaväittäjä: William Cherry, University of North Texas

Kustos: Professori Ilpo Laine

Info väitöstiedotteesta:

- syntynyt 1981, Pyhäselkä
- kotikunta Joensuu
- ylioppilas, Joensuun Niinivaaran lukio, 2000
- FL, Joensuun yliopisto, 2006
- FM, Joensuun yliopisto, 2005

Epäarkhimedista kompleksianalyysia

Filosofian lisensiaatti Henna Jurvanen on tutkinut Joensuun yliopistossa tarkastettavassa matematiikan alaan kuuluvassa väitöskirjassaan epäarkhimedisistä differentiaalipolynomeja ja differentiaaliyhtälöitä. Tutkimusmenetelmänä on käytetty differentiaalipolynomien tapauksessa pääosin epäarkhimedista Nevanlinnan teoriaa. Jurvanen on todistanut epäarkhimedisille funktioille klassista Mohonko-Mohonko?lausetta vastaavan tuloksen sekä yleistetyn version Clunien lemmasta epäarkhimedisessä tapauksessa. Lisäksi hän on osoittanut epäarkhimedisten differentiaaliyhtälöiden ratkaisujen olemassaololle ehtoja: millaisia kertoimien tulee olla, että ratkaisuja olisi olemassa ja toisaalta, millaisessa alueessa ratkaisut ovat tällöin määritellyt.

Muinaisen kreikkalaisen matemaatikon mukaan nimetty Arkhimedeen periaate sanoo, että käyttämällä lyhyttäkin mittanauhaa tarpeeksi monta kertaa saadaan mitattua mikä tahansa annettu pituus. Tämä periaate tuntuu aika itsestään selvältä sillä käytännössä kaikki tuntemamme mitat noudattavat tätä Arkhimedeen periaatetta. Tähän perustuu esimerkiksi, että jos kilometrin matka autolla kuluu vaikka minuutissa, niin tiedetään, että ajamalla tarpeeksi kauan päästään perille kuinka kaukaiseen kohteeseen tahansa.

Epäarkhimedisiksi sanotaan sellaisia mittoja, jotka eivät noudata Arkhimedeen periaatetta. Epäarkhimedisella mitalla mitattuna esimerkiksi jokaisen luonnollisen luvun  $1, 2, 3, 4, \dots$  itseisarvo on pienempää kuin yksi. Henna Jurvanen tarkastelee väitöskirjassaan analyysia epäarkhimedisien mitan suhteen.

Henna Jurvanen on syntynyt Pyhäselässä 1981. Hän on kirjoittanut ylioppilaaksi Joensuun Niinivaaran lukiosta 2000 ja suorittanut filosofian lisensiaatin tutkinnon Joensuun yliopistossa 2006.



Sisällysluettelo.

## 4.7 Katajamäki, Kari (1993)

*Algebroid solutions of binomial and linear differential equations.* - Suomalainen tiedeakatemia, 1993. - 48 s. - (Annales Academiae scientiarum Fennicae. Series A 1, Mathematica. Dissertationes ; 90).

Väitöspäivä: 17.09.1993

Väitösk.: Joensuun yliopisto

Esitarkastajat: Gerhard Jank ja Nobushige Toda

Vastaväittäjä: Yuzan He

Sisällysluettelo.

## 4.8 Kinnunen, Liisa (1998)

*Studies on the value distribution of meromorphic functions.* - Joensuun yliopisto, 1998. - 26 s. - (Report series / University of Joensuu, Department of Mathematics ; no. 1).

Väitöspäivä: 13.03.1998, klo 12, sali M1

Väitösk. (yhteenvedo): Joensuun yliopisto

Esitarkastajat: Enid Steinbart ja Linda Sons

Vastaväittäjä: Jörg Winkler, TU Berlin

Kustos: Apulaisprofessori Rauno Aulaskari

Info väitöstiedotteesta:

- syntynyt 1959, Liperi
- ylioppilas, Keskustan lukio, Joensuu, 1978
- FK, Joensuun yliopisto, 1984
- FL, Joensuun yliopisto, 1988

Kyseessä on kompleksianalyysin alaan kuuluva matematiikan tutkimus, jossa tarkastellaan nk. meromorffifunktioiden arvojenjakautumisteoriaa Nevanlinnan teorian pohjalta.

Viime vuosikymmenien aikana on harjoitettu melko runsaasti matematiikan tutkimusta, jossa Nevanlinnan teoriaa on sovellettu kompleksialueen differentiaaliyhtälöiden ratkaisujen tutkimiseen, ja toisaalta mm. funktioiden kiintopisteiden ja jaollisuuden tarkasteluun. Väitöskirjan muodostavat julkaisut jatkavat tätä tutkimusten sarjaa.

Osa tutkimuksesta käsittelee yhdistettyjen funktioiden arvojenjakautumista. Nevanlinnan teoriaa ja mm. kompleksialueen differentiaaliyhtälöitä koskevia tuloksia soveltaen osoitetaan, että yhtälöllä  $f(g(z))=Q(z)$  on ääretön määrä ratkaisuja melko lieville kompleksifunktioita  $f$ ,  $g$  ja  $Q$  koskevilla ehdoilla. Kyseisen yhtälön tarkastelu juontaa juurensa funktioiden iterointi- ja kiintopistetutkimuksista. Nevanlinnan teoriassa kompleksifunktioiden kasvua kuvataan yleensä nk. kertaluvun käsitteen avulla, ja funktion nollakohtien esiintymistiheyttä kuvataan nk. nollakohtien konvergenssiekspONENTIN avulla. Nämä

käsitteet ovat keskeisessä asemassa, kun tutkitaan kompleksialueen differentiaaliyhtälöiden ratkaisujen arvojenjakautumista. Väitöskirjan tutkimuksissa differentiaaliyhtälöiden tarkasteluun sovelletaan yleisempiä, nk. iteroidun kertaluvun ja iteroidun konvergenssiekspONENTIN käsitteitä. Näiden käsitteiden avulla voidaan tarkastelu laajentaa koskemaan differentiaaliyhtälöitä, joiden kertoimet ovat kasvultaan ääretöntä kertalukua olevia, nopeasti kasvavia funktioita. Väitöskirjatyössä osoitetaan tällaisia yleistyksiä useille lineaarisia differentiaaliyhtälöitä koskeville tuloksille.

Sisällysluettelo.

## 4.9 Korhonen, Risto (2002)

*Meromorphic solutions of differential and difference equations with deficiencies.* - Suomalainen tiedeakatemia, 2002. - 91 s. - (Annales Academiae scientiarum Fennicae. Mathematica. Dissertationes ; 129).

Väitöspäivä: 16.10.2002, 12, sali M1, Metria

Väitösk.: Joensuun yliopisto

Esitarkastajat Shun Shimomura ja Rodney Halburd

Vastaväittäjä: Professori Aimo Hinkkanen, University of Illinois at Urbana-Champaign

Kustos: Professori Ilpo Laine

Info väitöstiedotteesta:

- syntynyt 1975
- ylioppilas, 1994
- FL, Joensuun yliopisto, 2000
- Tutkijakoulutettava, 1998-2002

FL Risto Korhonen tutkii matematiikan väitöskirjassaan differentiaaliyhtälöiden ratkaisujen käyttäytymistä. Matemaattinen analyysi on ollut yli kolmen vuosisadan ajan eräs tärkeimmistä matematiikan osa-alueista. Oleellisena osana tähän laajenevaan matematiikan haaraan kuuluu differentiaaliyhtälöiden teoria, jota voidaan käyttää tehokkaasti selittämään monia reaali maailman ilmiöitä. Tästä johtuen differentiaaliyhtälöillä on tärkeitä sovelluksia esimerkiksi luonnontieteissä ja tekniikan alalla. Mm. väestönkasvua voidaan tarkasti ennustaa matemaattisella mallilla, jossa differentiaaliyhtälöt ovat keskeisessä roolissa.

Differentiaaliyhtälö on yhtälö, joka sitoo muuttujaa, sen funktiota ja ainakin yhtä kyseisen funktion derivaattaa toisiinsa. Esimerkiksi differentiaaliyhtälöllä  $f'' - f = 0$  on ratkaisu  $\exp(z)$ . Yleensä tarkan ratkaisun löytäminen on paljon vaikeampaa, usein jopa mahdotonta. Tämä on ollut yksi suurimmista ongelmista differentiaaliyhtälöiden tutkimuksessa aina Newtonin ja Leibnizin ajoista lähtien. Ongelma voidaan kiertää käyttämällä syntyperältään joensuulaisen matemaatikon Rolf Nevanlinnan teoriaa, joka mahdollistaa differentiaaliyhtälöiden ratkaisujen tutkimisen tietämättä tarkalleen, miltä ratkaisu

näyttää. Ensimmäisenä tätä menetelmää käytti H. Wittich vuonna 1942, minkä jälkeen Nevanlinnan teorian käyttö differentiaaliyhtälöiden tutkimuksessa on jatkuvasti lisääntynyt.

Väitöskirjatyössä on tutkittu Nevanlinnan teoriaa apuna käyttäen muun muassa differentiaaliyhtälöiden ratkaisujen käyttäytymistä. Erityisesti on keskitytty tarkastelemaan saavatko ratkaisut joitain arvoja normaalia harvemmin. Esimerkiksi funktio  $\exp(z)$  ei saa koskaan arvoa nolla, oli  $z$  mikä luku hyvänsä. Tutkimustulokset voidaan jakaa karkeasti kahteen luokkaan. Väitöskirjassa on käsitelty sekä yleisten differentiaaliyhtälöiden ratkaisuja että tarkemmin eräitä kiinnostavia erikoistapauksia. Tästä esimerkkinä ovat klassiset Riccatin ja Painlevén differentiaaliyhtälöt, joiden ratkaisujen derivaattojen arvot osoittautuvat jakautuvan erittäin tasaisesti.

Sisällysluettelo.

## 4.10 Kotilainen, Marko (2007)

*Studies on composition operators and function spaces.* - Joensuun yliopisto, 2007. - 27 s. - (Report series / University of Joensuu, Department of Physics and Mathematics ; no. 11).

Väitöspäivä: 09.11.2007, 12, sali M1, Metria

Väitösk. (yhteenvedo): Joensuun yliopisto

Esitarkastajat: Hasi Wulan ja Ruhan Zhao

Vastaväittäjä: Professori Eero Saksman, Helsingin yliopisto

Kustos: Professori Rauno Aulaskari

Info väitöstiedotteesta:

- syntynyt 1977, Nurmes
- kotikunta Joensuu
- ylioppilas, Nurmeksen lukio, 1996
- Filosofian maisteri, Joensuun yliopisto, 2002
- Filosofian lisensiaatti, Joensuun yliopisto, 2004

Kompositio-operaattoreista ja funktioavaruuksista

Tuoreessa väitöskirjassa tarkastellaan funktioavaruuksia ja niiden välisten kompositio-operaattoreiden ominaisuuksia

Filosofian lisensiaatti Marko Kotilainen on tutkinut Joensuun yliopistossa tarkastettavassa matematiikan alaan kuuluvassa väitöskirjassaan funktioavaruuksia sekä selvittänyt eri avaruuksien välisten kompositio-operaattoreiden ominaisuuksia. Tutkimuksen perustana ovat kompleksitason yksikkökiekon analyttisistä funktioista koostuvien klassisten funktioavaruuksien sekä niihin liittyvien operaattoreiden teoria, joka on ollut aktiivisen tutkimuksen kohteena viimeisten vuosikymmenien aikana.

Kotilaisen väitöskirjassa on tarkasteltu kompositio-operaattorin rajoittuneisuutta ja kompaktisuutta tapauksissa, joissa sekä lähtö- että maaliavaruus kuuluvat vuonna 2006

esiteltyyn funktioperheeseen. Tietyissä erikoistapauksissa operaattorille on onnistuttu määräämään niin sanottu essentiaalinen normi, joka kuvaa operaattorin etäisyyttä kompak- teista operaattoreista operaattorin normin määräämän metriikan mielessä. Toisaalta kompositio- operaattoreiden ominaisuuksia on tutkittu väitöskirjassa esitellyn yleisen tasoalueen reaaliarvoisista Sobolev-funktioista koostuvan Bloch-avaruuden tapauksessa. Väitöskirja si- sältää myös uusia tuloksia korkeamman dimension Carleson-mittoihin liittyen ja näitä tu- loksia on lisäksi sovellettu uutta hyperbolisesti harmonisista funktioista koostuvaa funk- tioperhettä esittelevässä tarkastelussa.

Marko Kotilainen on syntynyt 1977 Nurmeksessa. Hän on valmistunut filosofian lisen- siaatiksi Joensuun yliopistosta 2004.

Sisällysluettelo.

#### 4.11 Latvala, Visa (1994)

*Finely superharmonic functions of degenerate elliptic equations.* - Suomalainen tiedeakatemia, 1994. - 52 s. - (Annales Academiae scientiarum Fennicae. Series A 1, Mathematica. Dissertationes ; 96).

Väitöspäivä: 23.09.1994

Väitösk.: Joensuun yliopisto

Esitarkastajat: Tero Kilpeläinen ja Jan Maly

Vastaväittäjä: Olli Martio

Sisällysluettelo.

#### 4.12 Li, Xiaonan (2005)

*On hyperbolic  $Q$  classes.* - Suomalainen tiedeakatemia, 2005. - 66 s. - (Annales Academiae scientia- rum Fennicae. Mathematica. Dissertationes ; 145).

Väitöspäivä: 09.12.2005, 12, sali M1, Metria

Väitösk.: Joensuun yliopisto

Esitarkastajat: George Csordas ja Luis Manuel Tovar

Vastaväittäjä: Shamil Makhmutov, Professor, Sultan Qaboo's University, Oman

Kustos: Professori Rauno Aulaskari

Info väitöstiedotteesta:

- syntynyt 1978, Liaoning Province, P.R.China
- kotikunta Joensuu
- ylioppilas, No. 1 Highschool, Anshan, 1996
- Bachelor Degree, Liaoning Normal University, 2000
- Master Degree (Master of Science), Shantou University, 2003

## Hyperbolinen $Q$ -luokka

Xiaonan Lin Joensuun yliopistossa tarkastettava väitöskirja yleistää klassillista  $Q_p$ -teoriaa 2-ulotteisen hyperbolisen mitan tapaukseen ja kehittää uudentyyppisen funktio-  
luokan, niinsanotun hyperbolisen  $Q$ -luokan. Tämän luokan ominaisuuksia, kuten ekvi-  
valentteja määritelmiä, algebrallisia struktuureja, geometrista luonnehdintaa, reunakäyt-  
täytymistä, ulkofunktioita, hyperbolisen derivaatan keskimääräistä kasvua tarkastellaan  
systemaattisesti. Väitöskirjassa esitetään myös monia esimerkkejä ja vastaesimerkkejä.

Kompleksifunktioiden luokkien teoriaa on tutkittu aktiivisesti viime vuosikymmenien  
aikana. Nämä ovat kokoelmia, joiden funktioilla on tiettyjä ominaisuuksia ja kokoelmal-  
la on jokin, usein Banachin avaruuden struktuuri. Nykytutkimus tällä alalla pohjautuu  
sellaisiin klassillisiin funktioavaruuksiin ja -luokkiin kuten Blochin avaruus, Hardyn avaru-  
udet, Bergmanin avaruudet ja normaalifunktioiden luokka.  $Q_p$ -avaruudet, mistä oheinen  
väitöskirja sai alkunsa, määritteli professori Rauno Aulaskari yhteistyökumppanein  
runsaat kymmenen vuotta sitten. Nämä avaruudet ovat herättäneet huomattavaa  
kiinnostusta, koska sopivilla parametrin  $p$ -arvoilla ne yhtyvät useisiin tunnettuihin avaru-  
uksiin. Sen lisäksi, että näillä avaruuksilla on oma riippumaton mielenkiintonsa, on teo-  
ria yhteydessä moniin muihin matematiikan aloihin. Sitä on menestyksellisesti sovellettu  
esimerkiksi differentiaaliyhtälöihin, kompositio-operaattoreihin funktionaalianalyysissä ja  
potentiaaliteoriaan. Lisäksi  $Q_p$ -teoriaa on yleistetty muun muassa Riemannin pinnoille ja  
usean kompleksimuuttujan funktioihin.

Sisällysluettelo.

### 4.13 Liu Kai (2009)

*Studies on applications of Nevanlinna theory in difference polynomials.* - Joensuun yliopisto, 2009. -  
26 s. - (Report series / University of Joensuu, Department of Physics and Mathematics ; no. 16).

Väitöspäivä: 29.05.2009, 12:00, M103, Metria

Väitösk. (yhteenvedo): Joensuun yliopisto

Esitarkastajat: Kazuya Tohge ja Risto Korhonen

Vastaväittäjä: Andriy Kondratyuk, Professor, Lviv National University, Ukraine

Kustos: Professori Ilpo Laine

Info väitöstiedotteesta:

- syntynyt 1983, Jinan, Shandong, P. R. China
- kotikunta Joensuu
- ylioppilas, No 1 High School, LiCheng, 2000
- Bachelor, University of Jinan, 2004

Filosofian kandidaatti Kai Liu on tutkinut Joensuun yliopistossa tarkastettavassa ma-  
tematiikan alaan kuuluvassa väitöskirjassaan Nevanlinnan teorian differenssianalogeja ja  
niiden sovelluksia.

Nevanlinnan teoria on tehokas tutkimusväline tietyillä matematiikan alueilla. Differentiaalinen Nevanlinnan teoriasta kehitettiin vasta äskettäin ja se on herättänyt kansainvälistä mielenkiintoa. Kai Liun väitöskirjassa on tutkittu Nevanlinnan teorian differentiaaliversiota ja tämän jälkeen on todistettu joidenkin klassisten tulosten analogeja differentiaalitapauksessa.

Väitöskirjassa tutkitaan meromorffisten funktioiden differentiaalipolynomien arvojen jakautumista. Jotkut tuloksista voidaan nähdä Walter Haymanin todistamien tulosten differentiaaliversioina. Todistuksissa on pääosin käytetty Nevanlinnan teorian differentiaalivastinetta. Kai Liu on myös todistanut yksikäsitteisyyslauseita tapauksessa, jossa funktio jakaa arvoja shiftinsä tai differentiaaliopeeraattorinsa kanssa. Näitä tuloksia voidaan käyttää ratkaistaessa eräitä differentiaaliyhtälöitä.

Kai Liu on syntynyt Shandong Provincessa Kiinassa vuonna 1983. Hän on kirjoittanut ylioppilaaksi vuonna 2000 No 1 High School LiChengista ja valmistunut filosofian kandidaatiksi vuonna 2004 University of Jinanista.

Lisätietoja: Kai Liu, p. 013 251 3271, liukai418(at)126.com

Sisällysluettelo.

#### 4.14 Pesonen, Martti E. (1986)

*Dirichlet and energy integrals for kernels and resolvents.* - Suomalainen tiedeakatemia, 1986. - 85 s. - (Annales Academiae scientiarum Fennicae. Series A 1, Mathematica. Dissertationes ; 59).

Väitöspäivä: 23.05.1986

Väitösk.: Joensuun yliopisto

Esitarkastajat: Olli Martio ja Murali Rao

Vastaväittäjä: Esa Nummelin

Sisällysluettelo.

#### 4.15 Piipponen, Samuli (2010)

*Kinematic analysis of mechanisms using computational algebraic geometry.* - Itä-Suomen yliopisto, 2010. - 47 s. - (Publications of the University of Eastern Finland. Dissertations in forestry and natural sciences ; 9).

Väitöspäivä: 11.6.2010, 12.00, M100, Metria, Joensuun kampus

Väitösk. (yhteenvedo): Itä-Suomen yliopisto

Esitarkastajat Andreas Müller ja Rolf Stenberg

Vastaväittäjä: Professori Greg Reid, University of Western Ontario, Kanada

Kustos: Professori Jukka Tuomela

Info väitöstiedotteesta:

- syntynyt 1975 Vaasassa
- ylioppilas, Vaasan yhteislukio 1995

- Filosofian maisteri, Joensuun yliopisto, 2004

Filosofian maisteri Samuli Piipposen Itä-Suomen yliopistossa tarkastettavassa matematiikan alan väitöskirjassa tarkastellaan jäykkien mekanismien kinematiikkaan liittyviä ongelmia algebrallisen geometrian ja laskennallisen algebrallisen geometrian avulla. Tärkeimpiä sovelluskohteita ovat käytännössä esiintyvien robottien ja mekanismien liikeratojen ominaisuuksien tutkiminen. Käytännössä jäykän mekanismin voidaan ajatella muodostuvan erimuotoisista jäykistä kappaleista jotka liitetään toisiinsa erityyppisillä nivellillä. Nivelet kohdistavat kappaleisiin, niveltypistä riippuen, erilaisia liikerajoitteita. Liikerajoitteista aiheutuu jäykkien kappaleiden koordinaateille erilaisia rajoiteyhtälöitä. Koordinaattien joukkoa joka toteuttaa kyseiset rajoiteyhtälöt sanotaan mekanismin konfiguraatioavaruudeksi. Käytännössä kaikki tärkeät rajoitteet voidaan muotoilla siten että rajoiteyhtälöissä esiintyvät funktiot ovat polynomifunktioita. Tällöin konfiguraatioavaruutta voidaan tutkia algebrallisen geometrian menetelmin affiinina varieteettina.

Väitöskirjassa tutkittiin pääasiassa kahta mekanismien liikkesuunnittelussa esiintyvää ongelmaa. Joissain tapauksissa mekanismin konfiguraatioavaruus saattaa sisältää singulaarisia pisteitä. Singulaarisissa pisteissä mekanismin liike ei ole välttämättä hyvin määritelty vaan mekanismi saattaa singulaarisen pisteen kautta kuljettuaan ajautua kahdelle erilaiselle liikeradalle. Singulaaristen pisteiden välttäminen on näin ollen oleellista. Toinen tärkeä ongelma koskee konfiguraatioavaruuden dimensiota. Aina ei ole itsestään selvää kuinka monella parametrilla mekanismin konfiguraatioavaruus voidaan parametrisoida. Jos tämä ei ole selvillä, saatetaan joutua samantyyppisiin ongelmiin kuin singulaaristen pisteiden tapauksessa.

Kyseisiä ongelmia ei ole aikaisemmin tutkittu ainakaan laajasti algebrallisen ja laskennallisen algebrallisen geometrian avulla. Algebrallinen geometria mahdollistaa mekanismien ja niiden konfiguraatioavaruuksien tutkimisen ja luokittelun affiineina varieteetteina. Laskennallisen algebrallisen geometrian keinoin voidaan yrittää määrittää konfiguraatioavaruuden singulaariset pisteet ja konfiguraatioavaruuden dimensio.

Sisällysluettelo.

#### 4.16 Pirinen, Aulis (1982)

*Absorbent sets and harmonic morphisms.* - Suomalainen tiedeakatemia, 1982. - 49 s. - (Annales Academiae scientiarum Fennicae. Series A 1, Mathematica. Dissertationes ; 42).

Väitöspäivä: 02.04.1982

Väitösk.: Joensuun korkeakoulu

Esitarkastajat: Ilpo Laine ja Jaakko Hyvönen

Vastaväittäjä: Lauri Myrberg

Sisällysluettelo.

#### 4.17 Pöyhönen, Juha (1989)

*On Fenchel-Nielsen type coordinates for Teichmüller spaces of Klein surfaces.* - Suomalainen tiedeakatemia, 1989. - 34 s. - (Annales Academiae scientiarum Fennicae. Series A 1, Mathematica.

Dissertationes ; 72).

Väitöspäivä: 14.01.1989

Väitösk.: Joensuun yliopisto

Esitarkastajat: Seppo Rickman ja Mika Seppälä

Vastaväittäjä: Tapani Kuusalo

Sisällysluettelo.

#### 4.18 Qi, Xiaoguang (2010)

*Studies on value sharing for derivatives and difference operators of meromorphic functions.* - Itä-Suomen yliopisto, 2010. - 29 s. - (Publications of the University of Eastern Finland. Dissertations in forestry and natural sciences ; 11).

Väitöspäivä: 17.9.2010, klo 12.00, Metria M100, Joensuun kampus

Väitösk. (yhteenvedo): Itä-Suomen yliopisto

Esitarkastajat Andreas Sauer ja Zhuan Ye

Vastaväittäjä: Indrajit Lahiri, University of Kalyani, Intia

Kustos: Professori Risto Korhonen

Info väitöstiedotteesta:

Filosofian kandidaatti Xiaoguang Qi on tutkinut Itä-Suomen yliopistossa tarkastettavassa matematiikan alaan kuuluvassa väitöskirjassaan meromorffifunktioista muodostettujen differenssipolynomien arvojenjakautumista ja yksikäsitteisyyttä.

Differentiaalipolynomien arvojenjakautumista ja yksikäsitteisyyttä on tutkittu kirjallisuudessa klassisen Nevanlinnan teoria avulla. Vasta 2000-luvulla kehitetty Nevanlinnan teorian differenssiversio on mahdollistanut differenssipolynomien arvojenjakautumisen ja yksikäsitteisyyden tutkimisen.

Osa väitöskirjan tuloksista kytkeytyy vuonna 1996 julkaistuun Brück-konjektuuriin, joka puolestaan liittyy meromorffifunktion ja sen derivattafunktion arvojenjakamiseen. Väitöskirjassa yleistetään myös Ilpo Laineen ja Chung-Chun Yangin viime vuosina julkaisemia differenssipolynomeihin ja differenssiyhtälöihin liittyviä tuloksia.

Sisällysluettelo.

#### 4.19 Ramula, Ville (2006)

*Asymptotical behaviour of a semilinear diffusion equation.* - Suomalainen tiedeakatemia, 2006. - 62 s. - (Annales Academiae scientiarum Fennicae. Mathematica. Dissertationes ; 148).

Väitöspäivä: 09.06.2006, 12.00, M4, Metria

Väitösk.: Joensuun yliopisto

Esitarkastajat: Pavol Quittner ja Juha Kinnunen

Vastaväittäjä: Stig-Olof Londen, Professori, Teknillinen korkeakoulu

Kustos: Professori Jukka Tuomela

Info väitöstiedotteesta:



- syntynyt 1977, Taipalsaari
- kotikunta Kuopio
- ylioppilas, Savitaipaleen lukio, 1996
- FM, Joensuun yliopisto, 2002

Semilineaarisen diffuusioyhtälön asymptoottinen käyttäytyminen

Filosofian maisteri Ville Ramulan Joensuun yliopistossa tarkastettavassa matematiikan alan väitöskirjassa tarkastellaan epälineaaristen parabolisten osittaisdifferentiaaliyhtälöiden ratkaisujen olemassaoloa ja asymptoottista käyttäytymistä pitkällä aikavälillä. Tutkimustulokset yleistävät tiettyjä tunnettuja integroituvan alkuarvon tilanteesta saatuja tuloksia myös ei-integroituvan alkuarvon tilanteeseen.

Perusesimerkkinä lineaarisesta tapauksesta voidaan pitää tavallista lämpöyhtälöä, joka ilmentää lämmön johtumisen kehittymistä homogeenisessa materiaalissa ajan ja paikan funktiona. Linearisessa tapauksessa ratkaisun olemassaolo ja käyttäytyminen on tunnettua. Siirryttäessä epälineaariseen tilanteeseen ratkaisun esittäminen eksplisiittisesti ja ylipäänsä ratkaisun olemassaolon selvittäminen vaikeutuvat.

Ramula on keskittynyt Cauchyn ongelmaan semilineaarisen lämpöyhtälön tapauksessa, jossa alkuarvo ei ole välttämättä integroituva joka suunnassa. Lisäksi sopivien normiavaruuksien avulla on tarkasteltu tarkemmin epälinearisuustermien vaikutusta ratkaisun tarkempaan asymptoottiseen käyttäytymiseen kaksiulotteisessa tapauksessa. Tarkastelussa selvisi, ettei epälinearisuustermillä ole merkittävää vaikutusta ratkaisun asymptoottiseen käyttäytymiseen myöskään ei-integroituvassa tapauksessa.

Sisällysluettelo.

## 4.20 Rieppo, Jarkko (1998)

*Differential fields and complex differential equations.* - Suomalainen tiedeakatemia, 1998. - 41 s. - (Annales Academiae scientiarum Fennicae. Mathematica. Dissertationes ; 118).

Väitöspäivä: 13.11.1998, 12, sali M1 (Yliopistokatu 7)

Väitösk.: Joensuun yliopisto

Esitarkastajat: Gary Gundersen ja Gerhard Jank

Vastaväittäjä: Professori Keijo Väänänen, Oulun yliopisto

Kustos: Professori Ilpo Laine

Info väitöstiedotteesta:

- syntynyt 1970, Pielisjärvi
- ylioppilas, Lieksan lukio, 1989
- FL, Joensuun yliopisto, 1996
- Tutkijakoulutettava 1.1.1995-31.7.1998

Väitöskirjassa tarkastellaan kompleksialueen differentiaaliyhtälöitä. Pääasiassa tutkitaan kahta differentiaaliyhtälötyyppiä, jotka ovat myös aiemmin olleet tutkimuksen kohteina. Ensimmäistä yhtälötyyppiä -lineaarista mielivaltaista kertalukua olevaa yhtälöä, jolla on yksi "hallitseva" kerroin - on tutkittu aikaisemmin Nevanlinnan teorian avulla. Tässä tutkimuksessa pyrittiin yleistämään aiempia tuloksia.

Toisen yhtälötyypin - binomisen ensimmäisen kertaluvun yhtälön, joka ei ole Riccatin yhtälö - ratkaisujen muodosta on aiemmin esitetty otaksumia ja osittaisia tuloksia, jotka tukevat näitä arveluja. Tutkimuksessa pyrittiin löytämään mahdollisia lisätuloksia, jotka tukisivat tai rajaisivat em. otaksumia.

Tutkimuksessa käytetyt menetelmät perustuvat siihen, että differentiaaliyhtälöiden kertoimet ja ratkaisut nähdään tiettyjen Nevanlinnan teorian avulla määriteltyjen differentiaalikuntien alkioina. Tällä tavalla voidaan tutkimuksen työkaluna käyttää abstraktiin algebraan liittyviä teorioita, kuten kuntalaajennusten teoriaa ja differentiaalikuntien teoriaa.

Tutkimuksessa yleistetään yllämainittua ensimmäistä yhtälötyyppiä koskevia tuloksia monessa suhteessa. Toiselle yhtälötyypille todistetaan tulos, joka tukee aiempia arveluita ratkaisujen muodosta. Edellämainittujen tulosten ohessa todistetaan useita aputuloksia, joita voidaan myöhemmin käyttää hyväksi mahdollisissa jatkotutkimuksissa. Esimerkkinä aputulosten käyttökelpoisuudesta todistetaan erästä varsin yleistä tyyppiä olevaa differentiaaliyhtälöä koskeva tulos sen ratkaisujen muodosta.

Differentiaaliyhtälöiden globaalien ratkaisujen löytäminen on vaikea tehtävä. Soveltavilla aloilla, kuten fysiikassa, differentiaaliyhtälöitä ratkaistaan useimmiten numeerisilla menetelmillä, jotka vaativat suurta laskentatehoa ja paljon tietokoneaikaa. Siksi on tärkeää, että differentiaaliyhtälöille pyritään löytämään yksinkertaisempia ja eksaktimpia ratkaisumenetelmiä. Joillekin differentiaaliyhtälötyypeille on jo kehitetty symbolisia menetelmiä, joilla yhtälöille löydetään kaikki globaalit ratkaisut. Monien yhtälötyyppien tapauksessa ollaan kuitenkin vielä kaukana globaalien ratkaisujen löytämisestä. Siksi näistä yhtälöistä saatava uusi informaatio on tärkeää teorian kehittämisen kannalta.

Sisällysluettelo.

## 4.21 Ronkainen, Onni (2010)

Meromorphic solutions of difference Painlevé equations. - Suomalainen tiedeakatemia, 2010. - 59 s. - (Annales Academiae scientiarum Fennicae. Mathematica. Dissertationes ; 155).

Väitöspäivä: torstai 8.4.2010 klo 12, sali M100, Metria, Joensuun kampus

Väitösk.: Itä-Suomen yliopisto

Esitarkastajat: Jarmo Hietarinta ja Kazuya Tohge

Vastaväittäjä: Dr. Rod Halburd, University College London

Kustos: Professori Rauno Aulaskari

Info väitöstiedotteesta:

- syntynyt 1984, Joensuu

- kotikunta Kontiolahti
- ylioppilas, Helsingin luonnontiedelukio, 2002
- filosofian maisteri, Joensuun yliopisto, 2007
- nuorempi tutkija, Joensuun/Itä-Suomen yliopisto 2007-2010

Filosofian maisteri Onni Ronkainen tutkii matematiikan alan väitöskirjassaan differenssiyhtälöiden ratkaisujen käyttäytymistä. Differenssiyhtälöt olisivat paljon tavallisesti käytettyjä differentiaaliyhtälöitä luonnollisempi työkalu useimmilla sovelletun matematiikan aloilla, mutta differenssiyhtälöiden teoria on vielä hyvin keskeneräinen.

Differenssiyhtälöillä tarkoitetaan funktionaaliyhtälöä, jossa tuntemattoman funktion argumenttia on siirretty äärellisen askelen verran. Esimerkiksi yhtälöllä  $f(x+1)=2f(x)$  on ratkaisu  $f(x)=2^x$ . Differenssiyhtälöiden käsittely lokaalisti, kuten differentiaaliyhtälöiden tapauksessa toimitaan, on vaikeaa tai mahdotonta. Erityisen hankalaa on valita oikea yhtälö tietyn ilmiön mallintamiseen. Yhtälön integroituvuuden käsite on tärkeässä roolissa tässä yhteydessä, sillä se voi auttaa erottamaan periaatteessa "ratkeavat" yhtälöt ratkeamattomista.

Integroituvuutta on tutkittu jo kauan myös differentiaaliyhtälöiden yhteydessä, ja sen on todettu liittyvän läheisesti lukuisiin yhtälöiden erityisominaisuuksiin. Osaa näistä ominaisuuksista voidaan käyttää testinä tai ennusteena annetun yhtälön integroituvuudesta. Differentiaaliyhtälöille paras tunnettu tällainen ominaisuus on niin kutsuttu Painlevén ominaisuus. Sille on esitetty lukuisia diskreettejä analogioita, joista tuorein käyttää Nevanlinnan teoriaa integroitumattomien yhtälöiden tunnistamiseen. Hypoteesina tässä lähestymistavassa on, että jos yhtälön ratkaisut kasvavat liian nopeasti Nevanlinnan teorian mielessä, ei yhtälö ole integroitava.

Väitöskirjassa tarkastellaan kasvultaan riittävän pienten meromorffisten ratkaisujen olemassaoloa integroituvuusriteerinä differenssiyhtälöille. Kriteeriä sovelletaan kahteen yhtälöperheeseen, jotka sisältävät niin kutsutut Painlevé-differenssiyhtälöt III ja V. Osoitetaan, että joko oletettu meromorfinen ratkaisu toteuttaa myös (periaatteessa ratkaistavissa olevan) Riccatin differenssiyhtälön tai alkuperäinen yhtälö voidaan muuntaa muotoon, jota useimmissa tapauksissa pidetään yleisesti integroituvana. Toisaalta saatu lista mahdollisista yhtälöistä näyttäisi sisältävän kaikki tällä hetkellä tunnetut kyseiseen perheeseen kuuluvat Painlevé-tyyppiä olevat yhtälöt.

Sisällysluettelo.

## 4.22 Rättyä, Jouni (2001)

*On some complex function spaces and classes.* - Suomalainen tiedeakatemia, 2001. - 73 s. - (Annales Academiae scientiarum Fennicae. Mathematica. Dissertationes ; 124).

Väitöspäivä: 16.11.2001, 12, sali M4

Väitösk.: Joensuun yliopisto

Esitarkastajat: George Csordas ja Ruhan Zhao

Vastaväittäjä: Daniel Girela, Universidad de Malaga, Espanja

Kustos: Professori Rauno Aulaskari

Info väitöstiedotteesta:

- syntynyt 1975
- ylioppilas, Polvijärven lukio, 1994
- FM, Joensuun yliopisto, 2000

Matematiikan alan väitöskirjassa "On some complex function spaces and classes" tarkastellaan useita kompleksitason yksikkökieron analyttisten funktioiden avaruuksia ja meromorffisten funktioiden luokkia.

Kompleksisten funktioavaruuksien ja -luokkien teoria on ollut aktiivisen tutkimuksen kohteena viimeisten vuosikymmenien aikana. Nykytutkimus perustuu klassisten funktioavaruuksien ja -luokkien tutkimukselle. Tällaisina voidaan pitää Blochin, Hardyn ja Bergmanin avaruuksia sekä normaalifunktioiden luokkaa.

Näiden avaruuksien ja luokkien tutkimus on johtanut yleisempien funktioavaruus- ja funktioluokkaperheiden tutkimukseen. Vaikka teorialla on oma mielenkiintonsa, on sillä havaittu olevan sovelluksia monilla muilla matematiikan aloilla; muun muassa differentiaaliyhtälöiden ja funktionaalianalyysin kompositio-operaattoreiden teoriassa sekä potentiaaliteoriassa. Tässä väitöskirjassa on tutkittu useiden analyttisten funktioavaruuksien ja meromorffisten funktioluokkien välisiä suhteita aitojen joukkoinkluusioiden mielessä. Edelleen on yleistetty useille klassisille funktioavaruuksille jo tunnettu karakterisointi funktion korkeamman derivaatan avulla yleisemmälle funktioavaruusperheelle. Lisäksi on määriteltä uusi funktioavaruusperhe ja osoitettu, että se sisältää useita klassisia funktioavaruuksia sopivasti valituilla parametrien arvoilla.

Sisällysluettelo.

## 4.23 Silvennoinen, Heli (2003)

*Meromorphic solutions of some composite functional equations.* - Suomalainen tiedeakatemia, 2003.

- 39 s. - (Annales Academiae scientiarum Fennicae. Mathematica. Dissertationes ; 133).

Väitöspäivä: 04.06.2003, 12, sali M4 (Metria)

Väitösk.: Joensuun yliopisto

Esitarkastajat: Gary Gundersen ja Kazuya Tohge

Vastaväittäjä: Professori (ma.) Janne Heittokangas, University of Illinois at Urbana-Champaign

Kustos: Professori Ilpo Laine

Info väitöstiedotteesta:

- syntynyt 1973, Savonlinna
- ylioppilas, Talvisalon lukio, 1992
- FL, Joensuun yliopisto, 2001

Yleistettyjen Poincarén funktionaaliyhtälöiden meromorfiratkaisuista

Funktionaaliyhtälöiden tutkimus on lähtenyt liikkeelle erilaisista ongelmista, joiden ratkaiseminen on edellyttänyt jonkin funktionaaliyhtälön ratkaisemista. Funktionaaliyhtälöitä sisältäviä ongelmia on tullut esiin esimerkiksi lukuteorian, suhteellisuusteorian, geometrian, mekaniikan ja ekonomian aloilla. Nämä ongelmat oli jo pääosin ratkaistu ennen kuin kattavaa yleistä teoriaa funktionaaliyhtälöille oli kehitetty.

FL Heli Silvennoinen tarkastelee matematiikan väitöskirjatyössään "Meromorphic solutions of some composite functional equations"yleistettyjen Poincarén funktionaaliyhtälöiden meromorfiratkaisujen ominaisuuksia kompleksitasossa.

Funktionaaliyhtälöitä tutkittaessa yksi ensimmäisistä ongelmista on kysymys, onko tutkittavalla yhtälöllä halutunlaista ratkaisua. Mikäli yksi ratkaisu löytyy, seuraava kysymys on luonnollisesti, onko yhtälöllä muita ratkaisuja. Olisi kätevää, jos voitaisiin kirjoittaa tietokoneohjelma, joka ratkaisisi funktionaaliyhtälön tai edes kertoisi, onko ratkaisuja ylipäänsä olemassa. Sellaista ohjelmaa ei valitettavasti ole mahdollista kirjoittaa, joten funktionaaliyhtälöiden tutkimiseen on löydettävä muita keinoja. Hyviksi havaittuja apuvälineitä ovat mm. redusointi differentiaaliyhtälöksi ja meromorfiratkaisuja etsittäessä Nevanlinna-teoria.

Funktionaaliyhtälöllä tarkoitetaan yhtälöä, jossa muuttujien ja tunnettujen funktioiden lisäksi esiintyy tuntemattomia funktioita. Funktionaaliyhtälön ratkaisuja ovat funktiot, jotka toteuttavat yhtälön kaikilla muuttujien arvoilla.

Silvennoinen käytti tutkimuksessaan Nevanlinna-teoriaa. Nevanlinna teoria osoittautui hyväksi apuvälineeksi etsittäessä funktionaaliyhtälöiden meromorfiratkaisuja kompleksitasossa. Yksikäsitteisiä ratkaisuja oli vaikeaa löytää, ja useissa tapauksissa niitä ei edes löytynyt. Nevanlinna-teorian avulla on mahdollista tutkia ratkaisujen ominaisuuksia ja olemassaoloa ilman, että tiedetään ratkaisun tarkkaa muotoa.

Silvennoinen löysi tutkimilleen yhtälöille tuloksia meromorfiratkaisujen kasvusta ja olemassaolosta.

Sisällysluettelo.

## 4.24 Smolander, Pekka (1998)

*Numerical approximation of bicanonical embeddings.* - Suomalainen tiedeakatemia, 1998. - 48 s. - (Annales Academiae scientiarum Fennicae. Mathematica. Dissertationes ; 119).

Väitöspäivä: 20.11.1998, 12, sali M2

Väitösk.: Joensuun yliopisto

Esitarkastajat: Tapani Kuusalo ja Marjatta Näätänen

Vastaväittäjä: Dr. Klaus-Dieter Semmler, EPF, Lausanne

Kustos: Professori Tuomas Sorvali

Info väitöstiedotteesta:

- syntynyt 1965, Tuusniemi
- ylioppilas, Tuusniemen lukio, 1984

- FK, Joensuun yliopisto, 1991
- FL, Joensuun yliopisto, 1993
- Tutkija, Joensuun yliopisto, 1994-95
- Vieraileva tutkija, Florida State Univ., 1995-97
- Assistentti, Joensuun yliopisto, 1997-98
- Lehtori, Joensuun yliopisto, Savonlinnan OKL, 1998-

Väitöskirjassa tutkitaan Riemannin pinnan bikanonisen upotuksen laskennallista toteutusta.

Jokainen vähintään peruslukua kaksi oleva kompakti Riemannin pinta voidaan esittää yksikkökiekossa operoivan Möbius-kuvausten ryhmän, niin sanotun Fuchsin ryhmän avulla. Toisaalta kompakti Riemannin pinta on algebrallinen käyrä, jolla on esitys kompleksimuuttujien polynomiyhtälönä. Fuchsin ryhmän ja polynomiyhtälön välinen yhteys tunnetaan vain muutamissa erikoistapauksissa. Bikanonisella upotuksella saadaan Fuchsin ryhmän avulla annetun Riemannin pinnan kuvapisteitä projektiivisessä avaruudessa. Kuvapisteistä on mahdollista määrätä vastaava polynomiyhtälö.

Tutkimuksessa on kehitetty menetelmä, jolla voidaan laskea approksimaatioita Riemannin pinnan bikanonisen upotuksen antamille kuvapisteille projektiivisessä avaruudessa. Kun Riemannin pinta annetaan ensimmäisen lajin Fuchsin ryhmän avulla, Teichmüllerin avaruuksien teoriasta seuraa, että kvadraattisten differentiaalien kanta voidaan antaa Peterssonin sarjoilla. Työssä Bikanonisen upotuksen antamia kuvapisteitä approksimoidaan numeerisesti laskemalla Peterssonin sarjojen osasummia.

Työn laskennallinen osuus perustuu Fuchsin ryhmien tutkimiseen kehitettyjen ohjelmien soveltamiseen sekä tekijän laatimien Maple-ohjelmien käyttöön. Laskennassa saaduille kuvapisteiden approksimatiolle esitetään Fuchsin ryhmien teorian avulla johdettu virhearvio. Tutkimuksessa symmetrisiä Riemannin pintoja tarkastellaan erikseen. Työssä Peterssonin sarjojen määräämä kvadraattisten differentiaalien kanta yleistetään toisen lajin Fuchsin ryhmän avulla annetulle symmetriselle Riemannin pinnalle. Tätä tulosta voidaan myöhemmin käyttää hyväksi symmetristen Riemannin pintojen upotuksen jatkotutkimuksessa.

Sisällysluettelon.

## 4.25 Shupe, Wang (1994)

*On the sectorial oscillation theory of  $f'' + A(z)f = 0$ .* - Suomalainen tiedeakatemia, 1994. - 66 s. - (Annales Academiae scientiarum Fennicae. Series A 1, Mathematica. Dissertationes ; 92).

Väitöspäivä: 04.03.1994

Väitösk.: Joensuun yliopisto

Esitarkastajat: Aimo Hinkkanen ja James Langley

Vastaväittäjä: John Rossi

Sisällysluettelon.

## 4.26 Wu, Pengcheng (1999)

*Oscillation theory of higher order differential equations in the complex plane.* - Suomalainen tiedeakatemia, 1999. - 55 s. - (Annales Academiae scientiarum Fennicae. Mathematica. Dissertationes ; 120).

Väitöspäivä: 09.04.1999, 12, sali M1 (Yliopistokatu 7)

Väitösk.: Joensuun yliopisto

Esitarkastajat: John Rossi ja Yik-Man Chiang

Vastaväittäjä: Dr. Jim K. Langley, Univ. of Nottingham

Kustos: Professori Ilpo Laine

Info väitöstiedotteesta:

- syntynyt 1955, Guiang, China
- M.Sc., Guizhou University, 1980
- Tieteellisiä jatko-opintoja Kiinan Tiedeakatemian matematiikan laitoksessa Pekingissä, 1982-83  
Lehtori ja apulaisprofessori, Guizhou Institute of Nationalities, Guiang, China, 1984-
- Uppsala University, 1992-93

Vuodesta 1982 lähtien on monissa maissa intensiivisesti tutkittu kompleksialueen toisen kertaluvun lineaaristen differentiaaliyhtälöiden ratkaisujen nollakohtajakautumia tapauksessa, jossa yhtälön kertoimet ovat ei-rationaalisia kokonaisia funktioita. Kiinnostuksen lähtökohtana oli S. Bankin ja I. Laineen urauurtava tutkimus, jossa muun ohella otaksuttiin, että ainakin toisella annetun ratkaisukannan ratkaisuista on "runsasasti" nollakohtia, mikäli normaalimuodossa olevan yhtälön kertoimen kertaluku on äärellinen, mutta ei ole luonnollinen luku. Otaksuma on edelleen ratkaisematta. Tämän väitöskirjan tavoitteena on etsiä uusia ehtoja sille, että tietyillä lineaarisilla differentiaaliyhtälöillä ei ole olemassa ratkaisukantaa, jonka kaikilla ratkaisuilla on "vähän" nollakohtia. Valmistavassa osassa osoitetaan, että kertoimien ekstremaalisuus tiettyjen kasautumasuorien ominaisuuksien suhteen johtaa tilanteeseen, jossa kertoimet ovat tason sopivissa sektorialueissa vuorotellen "suuria" ja "pieniä". Haettua tyyppiä oleva tulos löytyy kahdessa eri tyyppiä olevassa tilanteessa: (1) Kertoimet ovat äärellistä kertalukua ja niiden Nevanlinnan karakteristinen funktio on asymptoottisesti yhtä kuin maksimimodulin logaritmi, (2) valmistavassa osassa tarkastellussa tilanteessa.

Sisällysluettelo.

## 4.27 Wulan, Hasi (1998)

*On some classes of meromorphic functions.* - Suomalainen tiedeakatemia, 1998. - 57 s. - (Annales Academiae scientiarum Fennicae. Mathematica. Dissertationes ; 116).

Väitöspäivä: 09.10.1998, 12, sali M1 (Yliopistokatu 7)

Väitösk.: Joensuun yliopisto

Esitarkastajat: Paul Gauthier ja Ruhan Zhao

Vastaväittäjä: Professori (emer.) Matts Essen, Uppsala Universitet  
Kustos: Professori Rauno Aulaskari

Info väitöstiedotteesta:

- syntynyt 1960, Nei Mongol
- ylioppilas, Hailar 3rd high school, 1977
- Master of Science, Qufu Normal University, 1989
- Assistant Professor

Analyttisten funktioavaruuksien teoriaa on aktiivisesti tutkittu viime vuosikymmenten aikana. Näihin avaruuksiin kuuluvat mm. Hardy'n avaruudet, Dirichlet'n avaruus, Bloch-avaruus, BMOA-avaruus ja  $Q_p$ -avaruudet. Hasi Wulanin väitöskirjan "On some classes of meromorphic functions" tarkoituksena on tarkastella edellä mainittujen analyttisten funktioavaruuksien vastaavia meromorffifunktioiden luokkia. Erityisesti väitöskirjassa tuodaan esiin se seikka, että analyttisten avaruuksien ja niitä vastaavien meromorffiluokkien välillä on tiettyjä eroavaisuuksia. Nämä eroavaisuudet osoittavat, että eräät analyttisten funktioavaruuksien tulokset eivät ole voimassa vastaaville meromorffiluokille. Edelleen nämä eroavaisuudet myös kannustivat ja johtivat tekijää kehittämään uusia tutkimustyökaluja ja ottamaan käyttöön uusia merkintöjä väitöskirjassaan.

Tekijä esittelee useita Carleson-tyyppisiä mittoja, jotka ovat oleellisesti erilaisia klassisesta Carlesonin mitasta, sekä soveltaa niitä eräisiin meromorffifunktioiden luokkiin.

Väitöskirja tarkastelee eräiden meromorffifunktioiden luokkien ja niitä vastaavien analyttisten funktioavaruuksien välistä yhteyttä sisältäen niiden välisiä vastaavia ominaisuuksia, sekä eräitä mielenkiintoisia eroavaisuuksia. Väitöskirja sisältää myös useita meromorffiluokkien välisiä inklusioita. Soveltamalla normaaliperheiden teoriaa ja yleistettyä Nevanlinnan karakteristista funktiota, joka myös määritellään väitöskirjassa, tekijä esittää useita kriteerejä alfa-normaaleille funktioille. Tekijä myös yleistää tunnetun Lochwaterin ja Pommerenken lauseen, ja osoittaa, että tätä yleistettyä lausetta voidaan soveltaa korkeamman kertaluvun algebrallisiin differentiaaliyhtälöihin.

Sisällysluettelo.

## 4.28 Xu, Wen (2008)

*Studies on Bloch-type and  $Q_K$  spaces.* - Joensuun yliopisto, 2008. - 30 s. - (Report series / University of Joensuu, Department of Physics and Mathematics ; no. 13).

Väitöspäivä: 11.06.2008, 12.15, sali K1, Futura

Väitösk. (yhteenvedo): Joensuun yliopisto

Esitarkastajat: Wayne Smith ja Maria Nowak

Vastaväittäjä: Mikael Lindström, Professori, Oulun yliopisto

Kustos: Rauno Aulaskari

Info väitöstiedotteesta:



- syntynyt 1979, Jiangsu Province, P.R. China
- kotikunta Joensuu
- ylioppilas, No. 1 Highschool, Taixing, 1998
- Bachelor Degree, Suzhou University, 2002
- Master Degree, Nanjing Normal University, 2005

Filosofian maisteri Wen Xu yleistää matematiikan alaan kuuluvassa Joensuun yliopistossa tarkastettavassa väitöskirjassaan funktioavaruuksien, aikaisemmin tarkasteltuna kompleksitason yksikkökiekossa, teoriaa  $n$ -ulotteisen kompleksitason yksikköpalloon keskittyen erityisesti Bloch-tyyppisiin ja muutama vuosi sitten määriteltyihin niin sanottuihin  $Q_K$ -avaruuksiin. Tutkimuksen perustana ovat yksikkökiekossa määriteltyjen Bloch-avaruuksien teoria sekä  $Q_K$ -avaruuksien tutkimus, missä painofunktio  $K$  toteuttaa tiettyjä melko yleisiä ehtoja.

Xun väitöskirjassa tutkitaan superpositio-operaattorin rajoittuneisuutta ja kompaktiutta Bloch-tyyppisten avaruuksien tapauksessa määrittelyalueen ollessa yksikkökiekko. Aikaisemmin tätä kysymystä on tarkasteltu Hardy, Besov ja Dirichlet -avaruuksien kanalta. Yksikköpallossa tarkastellaan kompositio-operaattoreita (niiden rajoittuneisuutta ja kompaktiutta) Bloch-avaruuksien välillä eri parametriarvoille. Työssä on onnistuttu parantamaan aikaisempia tuloksia vapautumalla tietyistä parametreista toisiinsa sitovista ehdoista. Avaruudet  $Q_K$  ovat yleistys professori Rauno Aulaskarin yhteistyökumppaneineen 1990-luvun alkupuolella määrittelemistä  $Q_P$ -avaruuksista. Nämä avaruudet kuuluvat nykyään jo standardiavaruuksien luokkaan funktioteoriassa. Vaikka tähän mennessä työtä on tehty paljon  $n$ -ulotteisessa tapauksessa  $Q_P$ - ja  $Q_K$ -avaruuksista, työtä on vielä paljon tekemättä. Wen Xun väitöskirja paikkaa tätä aukkoa osoittamalla etäisyyskaavan funktioista  $Q_P$ -avaruuksiin yksikköpallon tapauksessa.

Wen Xu on syntynyt vuonna 1979 Jiangsu Provincessa Kiinassa. Hän on kirjoittanut ylioppilaaksi No. 1 Highschoolista Taixingista vuonna 1998 ja valmistunut filosofian maisteriksi Nanjing Normal Universitysta vuonna 2005.

Sisällysluettelon.

## 4.29 Yang Congli (2010)

*Studies on  $\varphi$ -Bloch functions and different type operators between  $Q_K$  spaces.* - Itä-Suomen yliopisto, 2010. - 44 s. - (Publications of the University of Eastern Finland. Dissertations in forestry and natural sciences ; 17).

Väitöspaikka: 16.11.2010, klo 12, Sali F101, Futura, Joensuun kampus

Väitösk. (yhteenvedo): Itä-Suomen yliopisto.

Esitarkastajat: Jose Angel Pelaez ja Fernando Perez-Gonzales

Vastaväittäjä: Professori Shamil Makhmutov, Sultan Qaboos University, Oman

Kustos: Professori Rauno Aulaskari

Info väitöstiedotteesta:

Tuoreessa väitöskirjassa tarkastellaan Phi-Bloch funktioita ja erityyppisiä operaattoreita avaruuksien  $Q_K$  välillä. MSc Congli Yang on tutkinut Itä-Suomen yliopistossa tarkastettavassa matematiikan alaan kuuluvassa väitöskirjassaan klassisten Blochin funktioiden yleistyksiä, niin sanottuja  $\varphi$ -Bloch funktioita, ja tarkastellut kompositio-operaattoreita Bloch- ja  $Q_K$  -tyyppisten avaruuksien välillä. Lisäksi integraalioperaattoreita on tutkittu yksikköpallossa määriteltyjen  $F(p, q, s)$ -avaruuksien ja Zygmund-tyyppisten avaruuksien yhteydessä. Yleistämällä avaruudet  $Q_K$  parametreista  $p, q$  riippuviksi  $Q_K(p, q)$ -avaruuksiksi on kehitelty ehtoja milloin sisäfunktio on avaruuden alkio. Tämä luonnehdinta on suoritettu K-Carlesonin mittoja apuna käyttäen.

Kompleksi-arvoisten funktioiden avaruuksien teoriaa on tutkittu vuosikymmenien ajan ja tässä tutkimuksessa myös suomalaisilla tutkijoilla on ollut merkittävä osuutensa. Väitöskirjan kannalta tarkasteltuna uraa uurtavaa tutkimusta on aikoinaan tehty ja yhä vieläkin tehdään Blochin funktioista, Hardyn ja Bergmanin avaruuksista, normaali funktioista ja avaruuksista, missä jälkimmäiset avaruudet ovat olleet perustana myös väitöskirjassa tarkasteltaville yleisille  $Q_K(p, q)$ -avaruuksille.

Sisällysluettelon.

### 4.30 Yang Degui (2000)

*Studies on functional and differential equations related to iteration theory.* - Joensuun yliopisto, 2000. - 25 s. - (Report series / University of Joensuu, Department of Mathematics ; no. 3).

Väitöspäivä: 02.06.2000, 12, sali M1

Väitösk. (yhteenvedo): Joensuun yliopisto

Esitarkastajat: Katsuya Ishizaki ja Ludwig Reich

Vastaväittäjä: Professori Walter Bergweiler, Kiel, Germany

Kustos: Professori Jari Taskinen

Info väitöstiedotteesta:

- syntynyt 1967
- ylioppilas, Tongyang High School, China, 1986

Kompleksitason iteraatioteoriasta on tullut eräs aktiivisimmin tutkituista kompleksianalyysin osa alueista. Iteraatioteoriaan kytkeytyvät läheisesti kompleksialueen funktionaaliyhtälöt ja differentiaaliyhtälöt, erityisesti ratkaisujen dynaamiset ominaisuudet.

Väitöskirjassa "Studies on functional and differential equations related to iteration theory" tarkastellaan aluksi eksponenttifunktioiden iteraatioteoriaa. Väitöskirjan pääosan muodostaa kahden funktionaaliyhtälötyypin ratkaisujen olemassaoloa, kasvua ja arvojen jakautumista koskeva analyysi. Kyseiset funktionaaliyhtälöt liittyvät läheisesti klassiseen Schröderin yhtälöön, jolla puolestaan on tärkeä asema iteraatioteoriassa. Lopuksi tarkastellaan eräiden iteraatioteoriaan liittyvien kompleksialueen differentiaaliyhtälöiden luokittelua. Nevanlinnan teorialla on keskeinen osa väitöskirjan todistusmenetelmässä.

Sisällysluettelon.

### 4.31 Yang, Ronghua (2006)

*Studies on value distribution of solutions of complex linear differential equations.* - Joensuun yliopisto, 2006. - 27 s. - (Report series / University of Joensuu, Department of Mathematics ; no. 9).

Väitöspäivä: 24.03.2006, 12.00, M3

Väitösk. (yhteenvedo): Joensuun yliopisto

Esitarkastajat: Andreas Sauer ja Kazuya Tohge Vastaväittäjä: Jarkko Rieppo, dosentti, Joensuun yliopisto

Kustos: Professori Rauno Aulaskari

Info väitöstiedotteesta:

- syntynyt 1967, Gaochun, Jiangsu Province, P.R. China
- kotikunta Joensuu
- ylioppilas, Wujing Normal School, Jiangsu Province, 1985
- Master Degree (Master of Science), South China Normal University, Guangzhou, 1994

Master of Science Ronghua Yangin Joensuun yliopistossa tarkastettava väitöskirja tarkastelee erityisesti kompleksialueen lineaaristen differentiaaliyhtälöiden ratkaisujen kasvua sekä ratkaisujen nollakohtien jakautumista kompleksitasossa. Kysymyksessä on tutkimusalue, jota on viimeisten runsaan kahden vuosikymmenen aikana intensiivisesti tutkittu erityisesti Japanissa, Kiinassa, Saksassa ja Yhdysvalloissa. Suomessa tämän erityisalan tutkimus on keskittynyt Joensuuhun.

Tarkastettava väitöskirja koostuu kolmesta erillistutkimuksesta. Tutkimuksessa luodaan myös yleiskatsaus erillistutkimusten metodiseen koneistoon, toisaalta yleiseen arvojenjakautumisteoriaan ja toisaalta kompleksialueen lineaariyhtälöiden tähänastisiin päälinjoihin. Kaikki tutkimuksessa esitetyt tulokset parantavat aiempia vastaavia tuloksia.

Sisällysluettelon.

### 4.32 Yu, Junyang (1994)

*On the second fundamental inequality of algebroid functions.* - Suomalainen tiedeakatemia, 1994. - 53 s. - (Annales Academiae scientiarum Fennicae. Series A 1, Mathematica. Dissertationes ; 98).

Väitöspäivä: 09.12.1994

Väitösk.: Joensuun yliopisto

Esitarkastajat: Kari Katajamäki ja Nobushige Toda

Vastaväittäjä: Fritz Gackstatter

Sisällysluettelon.

### 4.33 Zhang, Jilong (2008)

*Studies on shared values of meromorphic functions.* - Joensuun yliopisto, 2008. - 24 s. - (Report series / University of Joensuu, Department of Physics and Mathematics ; no. 14).

Väitöspäivä: 19.09.2008, 12.00, sali M100, Metria

Väitösk. (yhteenvedo): Joensuun yliopisto

Esitarkastajat: Indrajit Lahiri ja Risto Korhonen

Vastaväittäjä: Kazuya Tohge, Professor, Kanazawa University

Kustos: Professori Ilpo Laine

Info väitöstiedotteesta:

- syntynyt 1980, Shandong Province, P.R. China
- kotikunta Joensuu
- ylioppilas, No. 1 High School, Jining, 1999
- Bachelor, Shandong University, 2003

Tutkimus meromorffisten funktioiden yksikäsitteisyysteoriasta

Jilong Zhang on tutkinut matematiikan alaan kuuluvassa Joensuun yliopistossa tarkastettavassa väitöskirjassaan meromorffisten funktioiden yksikäsitteisyysteoriaa, erityisesti funktioita, jotka jakavat arvon jonkun derivaattansa kanssa. Tutkimusmenetelmät perustuvat Nevanlinnan teoriaan.

Rolf Nevanlinna kehitti 1920-luvulla meromorffisten funktioiden arvojenjakautumisteorian, jota kutsutaan nykyisin Nevanlinnan teoriaksi. Hän todisti myös viiden arvon ja neljän arvon lauseet, joita voidaan pitää yksikäsitteisyysteorian tutkimuksen lähtökohtana. Meromorffisten funktioiden yksikäsitteisyysteoria tutkii ehtoja, jotka määräävät tarkasteltavana olevat funktiot keskenään identtisiksi, tai pakottavat ne toteuttamaan jonkun alkeellisen yhtälön.

Kysymys siitä, milloin meromorffinen funktio jakaa arvon derivaattansa kanssa, on meromorffisten funktioiden yksikäsitteisyysteorian erikoistapaus. Vuonna 1986, Frank ja Weissenborn todistivat, että jos meromorffinen funktio jakaa kaksi arvoa  $k$ :n derivaattansa kanssa, silloin näiden kahden funktion täytyy olla samat. Väitöskirjassaan Zhang tutkii funktioita, jotka jakavat arvon jonkun derivaattansa kanssa tai differentiaalipolynominsa kanssa, lisärajoituksin. Ilman rajoituksia, Zhang lisäksi todisti uusia tuloksia sellaisten funktioiden potensseille, jotka jakavat arvon derivaattansa kanssa.

Jilong Zhang on syntynyt Shandong Provincessa Kiinassa vuonna 1980. Hän on kirjoittanut ylioppilaaksi vuonna 1999 No. 1 High School Jiningista ja valmistunut filosofian kandidaatiksi vuonna 2003 yliopistosta Shandong University.

Sisällysluettelo.

#### 4.34 Zhao, Ruhan (1996)

*On a general family of function spaces.* - Suomalainen tiedeakatemia, 1996. - 56 s. - (Annales Academiae scientiarum Fennicae. Mathematica. Dissertationes ; 105).

Väitöspäivä: 05.06.1996

Väitösk.: Joensuun yliopisto

Esitarkastajat: Daniel Shea ja Matts Essén

Vastaväittäjä: George Csordas

Sisällysluettelon.