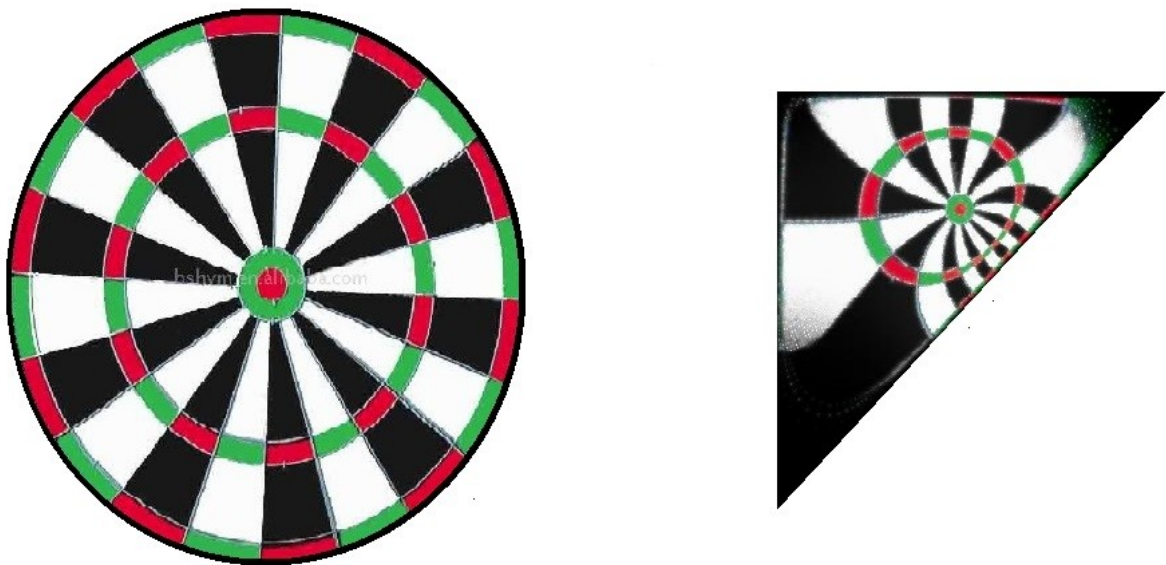


Riemann-kuvauksia

Riemannin kuvauslauseen mukaan yhdesti yhtenäinen kompleksitason aito osajoukko voidaan kuvata konformisti (= kulmien suuruus säilyttäen) ja bijektiivisesti kompleksitason yksikkökielelle. Koska kulmat säilyvät tällaisessa kuvauksessa, kuvaus säilyttää monia fysikaalisia ja geometrisia ominaisuuksia.

Sähkökenttäsovellus



Kuva 1. Yksikkökierokko sekä yksikkökierokko kuvattuna suorakulmaiselle tasakylkiselle kolmiolle. Vasemmanpuoleisessa kuvassa on kaksi ortogonaalista käyräperhettä: ”säteet” ja ”ympyrät”. Jokainen säde on ortogonaalinen jokaisen ympyrän kanssa. Oikeanpuoleinen kuva sisältää näiden käyräperheiden kuvat Riemann-kuvauksessa. Myös syntyneet uudet käyräperheet ovat ortogonaalisia.

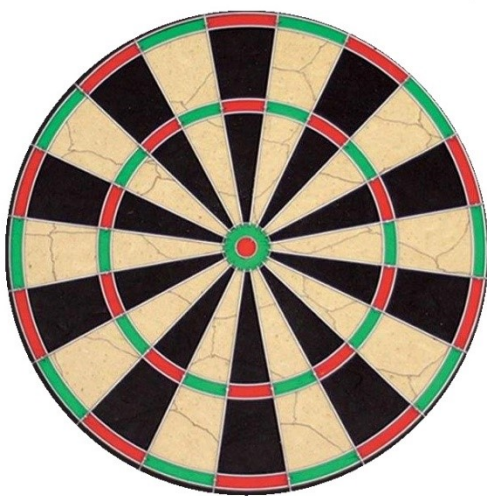
Kuvaus tarjoaa ratkaisun ongelmaan: ”Jos kolmion muotoisen johtimen sisään tuodaan sähkövaraus, miltä näyttävät sähkökentän kenttäviivat ja tasapotentialikäyrät?” Nimittäin ongelma voidaan ratkaista helposti yksikkökierokossa, jossa ”säteet” ovat kenttäviivoja ja ”ympyrät” ovat tasapotentialikäyriä. Tämän jälkeen ratkaisu voidaan Riemann-kuvata halutulle alueelle.



Kuva 2. Yksikkökierokko Riemann-kuvattuna neliölle. Koska kulmat säilyvät, tekstit voi lukea.



Kuva 3. Suorakulmio Riemann-kuvattuna yksikkökierokolle.



Kuva 4. Yksikkökierokko kuvattuna yleiselle alueelle Bergman-ydinfunktio-menetelmää käyttäen. Menetelmän matemaattinen tausta on selitetty kirjassa Duren, Schuster – Bergman Spaces, s. 13.