

$$2. \quad \neg (\forall x: P(x) \rightarrow Q(x)) \Leftrightarrow \exists x: P(x) \wedge \neg Q(x)$$

~~1~~ ①

$$\Leftrightarrow \exists x: \neg (P(x) \rightarrow Q(x))$$

$$\Leftrightarrow \exists x: \neg (\neg P(x) \vee Q(x))$$

$$\Leftrightarrow \exists x: P(x) \wedge \neg Q(x)$$

RYHMÄ 2

① KVANTTOREIDEN VAHTOSÄÄNTÖ

② TOUUSTAUULLA $(A \rightarrow B) \Leftrightarrow (\neg A \vee B)$

③ DE MORGANIN LAKI

$$3. \quad \text{a) } \forall x: P(x) \rightarrow Q(x)$$

$$\forall x: P(x) \wedge Q(x)$$

NEGATIO $\exists x: P(x) \wedge \neg Q(x)$

$$[\Leftrightarrow \neg (\forall x: P(x) \rightarrow Q(x))]]$$

① $\exists x: P(x) \rightarrow Q(x)$

② $\exists x: P(x) \vee Q(x)$

③ $\exists x: P(x) \wedge Q(x)$

$P(x)$: x on
MAT OPISKEELINA

$Q(x)$: x OSAA LASKEA

NEGATIO:

$$\forall x: P(x) \rightarrow \neg Q(x) ?$$

③ OIKEIN

① & ② VÄÄRIN, VOI PERUSTELLA
SANALLISESTI, OIKEIN TAI
TOUUSTAUULLA

$$\neg (\exists x : P(x) \wedge Q(x))$$

$$= \forall x : \neg P(x) \vee \neg Q(x)$$

② Luvun 2 LISÄKSI ON OLEMASSA
 (PARILLINEN ALKULUKU.

$$\exists x : \neg Q(x) \rightarrow \neg P(x) \quad (?)$$

$P(x)$: $x \geq 3$ JA x ON ALKULUKU

$Q(x)$: x ON PARITON

ALKUPERÄINEN VÄITTE

$$\exists x : P(x) \wedge Q(x) \quad (?) \quad \forall x$$

NEGATIIO

$$\forall x : \neg P(x) \vee \neg Q(x)$$

4. (b)

————— // ————— EI OLE n^2

$L(x)$: x LEIJONA

$H(x)$: x ON HURJA OTUS

$K(x)$: x EI PIDÄ KAHVISTA

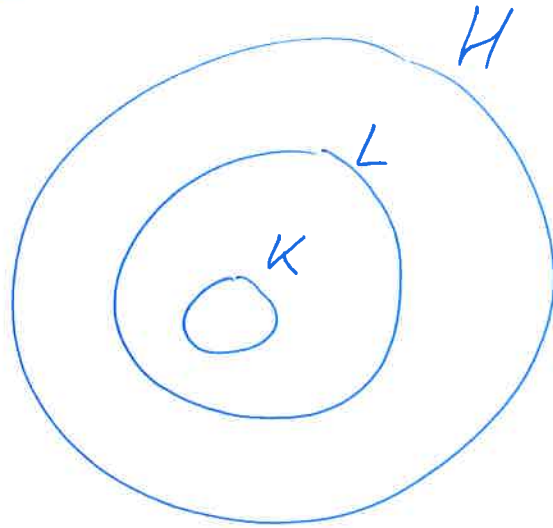
① $\forall x : L(x) \rightarrow H(x) \Rightarrow \exists x_0 : L(x_0) \rightarrow H(x_0)$

② $\exists x : L(x) \rightarrow K(x)$

FAKTAN ② PERUSTEELLA LÖYTYY x_0 JOLLE $L(x_0)$ JA MYÖS $K(x_0)$. FAKTAN ① PERUSTEELLA KOSKA $L(x_0)$, NIIN $H(x_0)$. SIIS LÖYTYI x_0 , JOLLE PÄTTEE $H(x_0)$ JA $K(x_0)$.

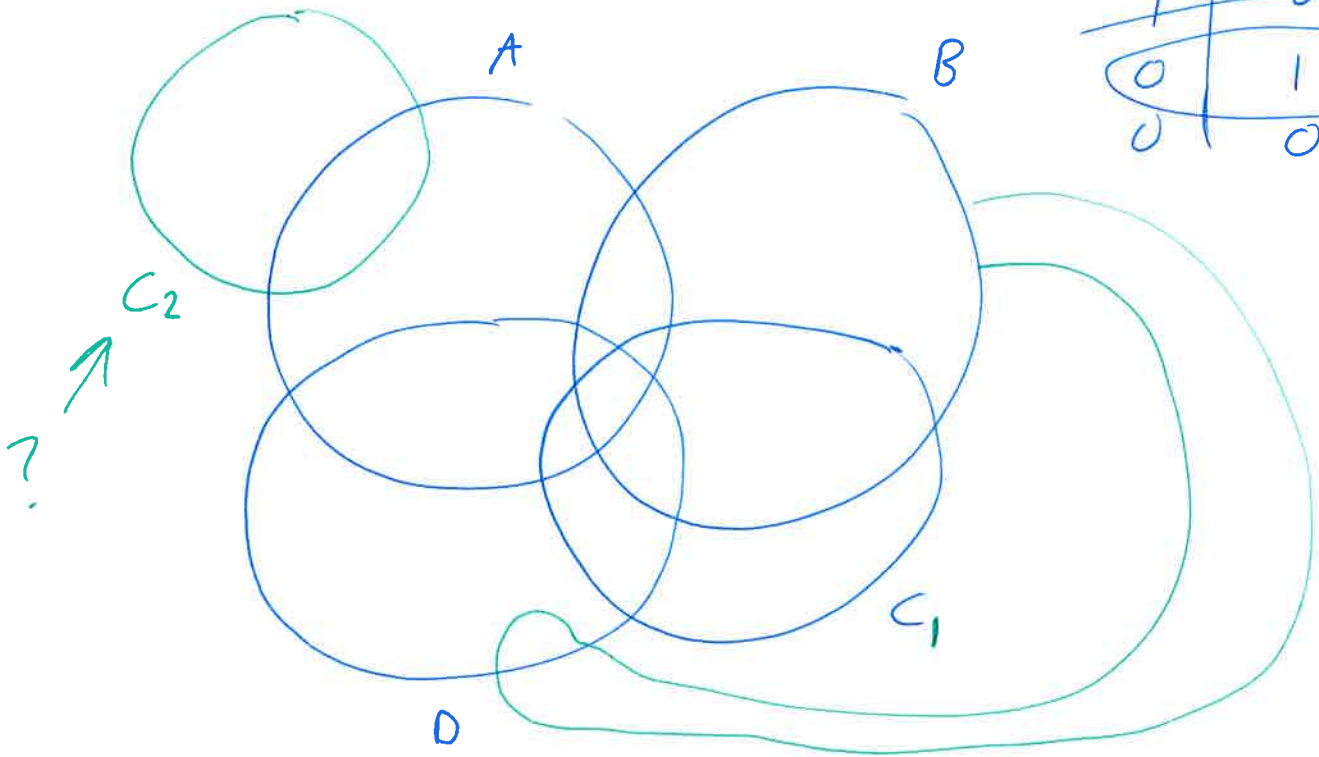
KVANTTOREILLA?

5. II TAPA



RIITTAÄÄ →

A	B
1	1
1	0
0	1
0	0



- PUNTTUU
- "A JA C MUTTA EI B TAI D"
 - "B JA D ——— " ——— A JA C"

6. $P(x, y)$ y TYKKÄÄ RUOASTA x



P	Q	$P \rightarrow Q$
1	1	1
1	0	0
0	1	1
0	0	1

JOSTAKIN RUOASTA
 KAIKKI TYKKÄVÄT

JOKAINEN
 TYKKÄÄ
 JOSTAKIN RUOASTA

VALITTAAN $x_0 = \text{PITSA}$

7.(a) $\left[\begin{array}{l} \text{ON OLEMASSA LUENNOITSIJA} \\ \text{JOLLA TUNTEE JOKAISEN OPP.} \end{array} \right] \left[\exists x \forall y : P(x, y) \right]$

JOKAISEN OPPILAN TUNTEE JOKU LUENNOITSIJA.

(b) $\neg(\exists x \forall y : P(x, y)) = \forall x \exists y : \neg P(x, y)$

(c) ~~$\forall x \exists y : P(x, y)$~~ $\exists y \forall x : P(x, y)$

$\exists y \forall x : P(x, y) \rightarrow \forall x \exists y : P(x, y)$

\rightarrow KAIKKI LUENNOITSIJAT

TUNTEVAT JONKUN OPISKELIJAN

KVANTTORILLA
 TAVATAAN

8. (a)

E PÄ TOSI
TOSI

VÄITE ON TOSI.

PERUSTELU

- ① NEGATION AVULLA
- ② SANALLISES TI & ESIM. $x = \frac{1}{3}$
- ③ $x = \frac{1}{2}$
- ④ JOKIN $0 < x < 1$
ESIM. JOS $x = 0.01$, NIIN

$$\sqrt{x} > x^3$$

$$\Leftrightarrow 0.1 > 0.000001 \quad \text{TOSI}$$

⑥

E PÄ TOSI
TOSI

$$\sqrt{x^2 > 1} \Rightarrow x > 1$$

ESIM. $x = -2$, NIIN

$$x^2 = (-2)^2 = 4 > 1$$

MUTTA $-2 \not> 1$.

$$1^2 = 1$$

$$\underline{\underline{(-1)^2 = 1}}$$

KUVA

REAALILUVUT

\mathbb{R}

RATIONAALILUVUT

\mathbb{Q}

KOKONAISLUVUT

\mathbb{Z}

KOMPLEKSI LUVUT

\mathbb{C}

LUONNOLLISET LUVUT \mathbb{N}

$$\{0, 1, 2, \dots\} = \mathbb{N}_0$$

$$\{1, 2, 3, \dots\} = \mathbb{N}_{>0}$$

c) TOSI ||| VÄITTE ON TOSI.

$$\underbrace{[\forall x \forall y: x < y]}_{\text{EPÄTOSI}} \rightarrow (x-y)^2 > 0 \quad \text{TOSI}$$

$$\forall x \forall y: [x < y \rightarrow \underline{(x-y)^2 > 0}]$$

TOSI. OLETE TAAW, ETTÄ $x < y$.

~~...~~

$$\text{AINA } (x-y)^2 \geq 0$$

$$\Leftrightarrow (x-y)^2 > 0$$

tai

$$x = y$$

MAHDONTA NÄT.

$$\text{SII S } (x-y)^2 > 0.$$

d) TOSI ||| TOSI. VALITTAAN $y = 1 - x$.

~~VALITTAAN~~ ~~ESIM.~~ KUN x TIEDETTÄÄN, NIIN
VALITTAAN $y = 1 - x$ (TAI $y = -1 - x$),
TÄLLÖIN ~~TAI~~ $|x + y| = |x + (1 - x)| = |1| = 1$.

e) EPÄTOSI ||| EPÄTOSI, VALITTAAN ~~$y = x$.~~

TAI $y = x + 1$.

TAI $y = |x| + 1$

TAI $y = |x|$.

VÄITTE ON EPÄTOSI, TAI $y = x$ JA $y > 0$.

• VALINTA $y = x$ EI TOIMI, ESIM.

$x = -2$, $y = -2$ JA $|-2| > -2$

• VALINTA $y = x + 1$ EI TOIMI, ESIM.

$x = -2$, $y = -1$ JA $|-2| > -1$

• VOIDAAN VALITTA $y = |x|$, JOULLOIN

$|x| \neq y = |x|$

SIIS MIKÄ
 y ?

8. STRATEGIA

VOI KÄYDÄ?

① VASTA ESIMERKKI $(x = \frac{1}{2})$

② SOPIVA KAAVA $(y = |x|)$

③ VÄITTE TOSI JA PITÄÄ

TODISTAA/ PERUSTELLA/ LASKESKELLA

HELPOUSJÄRJESTYS ① → ③