

4. (a) ON OLE MASSA ~~LUONNOLLINEN~~ ALKULUKU
 $n \geq 3$ JOKA ON PARILLINEN,

(b) ON OLE MASSA LUONNOLLINEN LUKU
 n , JOLLE $n:n$ ENSIMMAISEN
~~PARITOMAN~~ PARITOMAN LUVUN SUMMA ~~EI OLE~~ n^2 .

$$\Leftrightarrow \exists n \in \mathbb{N} : \underbrace{1+3+\dots+(2n-1)}_{n \text{ kpl}} \neq n^2$$

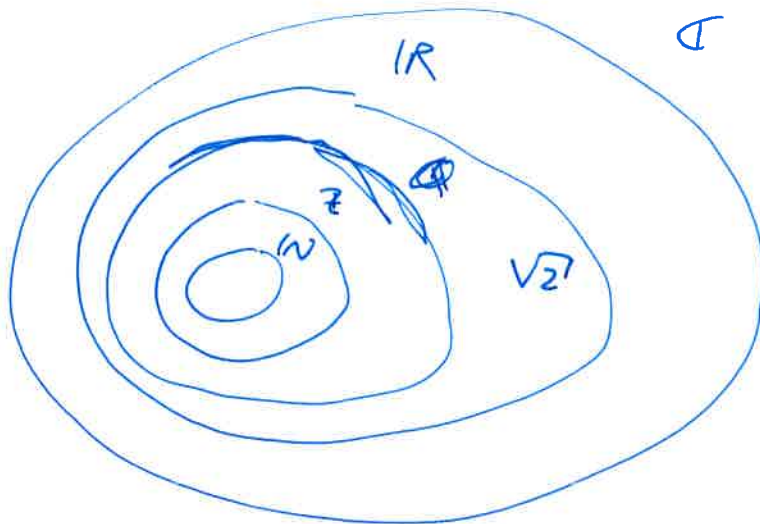
$$\mathbb{N} = \{1, 2, 3, \dots\} \quad \mathbb{N}_0 = \{0, 1, 2, 3, \dots\}$$

$$\mathbb{Z} = \{\dots, -3, -2, -1, 0, 1, 2, \dots\} \quad \text{"ZAHLET"}$$

$$\mathbb{R} = \text{REAALILUVUT}$$

$$\mathbb{C} = \text{KOMPLEKSI LUVUT}$$

$$\mathbb{Q} = \text{RATIONAALILUVUT}$$



4. (a) $\exists n \in \mathbb{P} : n \geq 3$ JA

$n = 2k$ JOLLAKIN $k \in \mathbb{N}$,

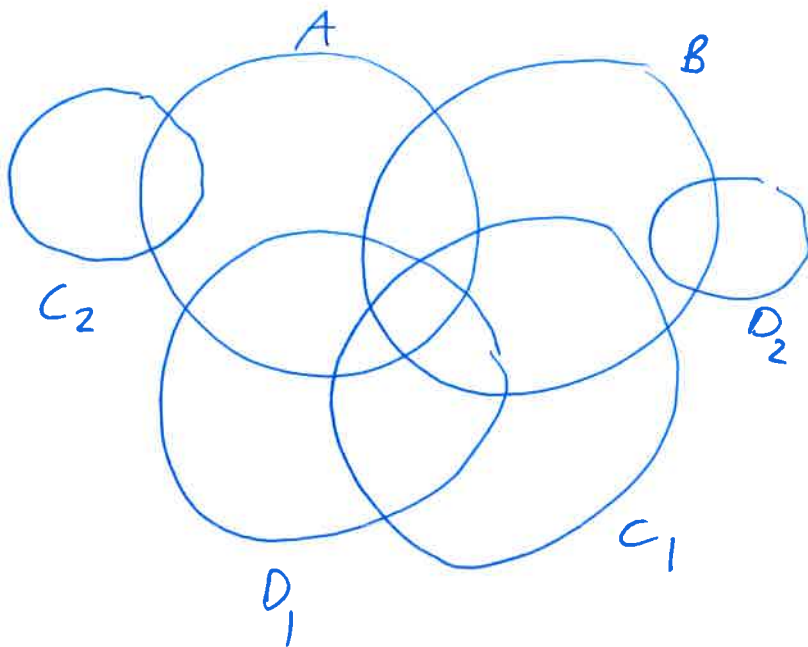
[ESIM. 6 PARILLINEN, KOSKA

$$6 = 2 \cdot \underset{\substack{3 \\ \in \mathbb{N}}}{3}$$

]

5. ON LOOGINEN, n

JOSKOS KUVISSA VOI OLLA PUUTTEITA



PUUTTUU
"A JA C,
MUTTA EI B TAI D"

$$C = C_1 \cup C_2$$

$$D = D_1 \cup D_2$$

$P(x)$: x ON LEIJONA

$Q(x)$: x ON HURJA OTOS

$S(x)$: x JUO KAHVIA

① $\forall x : P(x) \rightarrow Q(x)$ JA

② $\exists x : P(x) \wedge \neg S(x)$, JOTEN

③ $\exists x : Q(x) \wedge \neg S(x)$

FAKTAN ② NOJALLA LÖYTYY JOKIN

x_0 , JOLLE PÄTEE $P(x_0) \wedge \neg S(x_0)$.

SIIS $P(x_0)$ PÄTEE, JOTEN FAKTAN ①
PERUSTEELLA PÄTEE $Q(x_0)$.

LOPPUTULOS: TÄLLE x_0 PÄTEE

$Q(x_0) \wedge \neg S(x_0)$, SIIS ③ ON TOSI.

$P(x, y)$: y TYKKÄÄ RUOASTA x

ON OLEMASSA
JOKIN RUOKA
JOSTA KAIKKI
TYKKÄÄVÄT



JOKAINEN
JOKAISELLA ON
JOKIN RUOKA
JOSTA TYKKÄÄ

ESIM. VALITAAN
 $x_0 =$ PITSA

~~$\exists y \forall x : P(x, y)$~~

(a) JOKAISTA OPISKELIJAN KOHOEN
ON OLEMASSA LUENNOITSIJAN,
JOKI TUNTEE OPISKELIJAN
(TÄMÄN)

\Leftrightarrow JOKAINEN OPISKELIJAN ON JONKUN
LUENNOITSIJAN TUNTEMA,

(b) $\forall x \exists y : \neg P(x, y)$

(c) $\exists y \forall x : P(x, y)$

8. (a) TOSI. ESIM. ~~x = 1/2~~ $x = \frac{1}{2}$.

$$0.7 \approx \sqrt{\frac{1}{2}} > \left(\frac{1}{2}\right)^3 = 0.125$$

(b) EPA'TOSI. ESIM. $x = -2$.

$$(-2)^2 > 1 \quad \text{mutta} \quad -2 \neq 1.$$

(c) TOSI.

ESIM. $x = -2, y = -1$

$$x < y \text{ ok} \quad (x - y)^2 = (-1)^2 = 1 > 0$$

OLETETAAN, ETÄ $x < y$.

AINA PÄTEE $(x - y)^2 \geq 0$

$$\Leftrightarrow (x - y)^2 = 0 \quad \text{tai} \quad (x - y)^2 > 0$$

$$\Leftrightarrow \underline{x = y} \quad \text{tai} \quad (x - y)^2 > 0$$

MAHOONTA.

d) TOSI. VAL. $y = -(x-1)$, TÄLLÖIN

$$|x+y| = |x + (-(x-1))|$$
$$= |x - x + 1| = |1| = 1.$$

e) EPÄTOSI. $x=1$, $y=2$

$$|1| \neq 2$$

$|x+1| > |x|$ $x+1$

e) EPÄTOSI. VALITTAAN $y = |x| + 1$.

TÄLLÖIN $|x| \neq y = |x| + 1$.

$$x \in \mathbb{R}_+ = (0, \infty) =]0, \infty[$$

"ON SISÄLLÄ"

$$x = \frac{1}{2} ?$$

$$x = 1 ?$$

$$x = \frac{1}{2}, y = 1 \Rightarrow \text{EI TOIM.}$$

$$x = 1, y = 2 \Rightarrow \text{EI TOIM.}$$

$$k \geq 4$$

$$(k+1)^2 = k^2 + \underbrace{2k+1}_{\leq k^2}$$

$$\leq 2k^2 \leq 2 \cdot 2^k = 2^{k+1}$$

$$2k+1 \leq k^2$$