

Viikko 1

perjantai 23. helmikuuta 2024 13:20

1. Laske

a) $\frac{1}{7} + \frac{2}{3}$, b) $\frac{1}{7} - \frac{2}{3}$, c) $\frac{1}{7} \times \frac{2}{3}$, d) $\frac{1}{7} / \frac{2}{3}$, e) $\frac{3}{14} \left(\frac{2}{3} + 4 \right)$, f) $\left(\frac{1}{9} + \frac{7}{3} \right) / \left(2 + \frac{26}{9} \right)$

2. Sievennä

a) $3a + b - 2a + b - 4b$, b) $(2a + b) + (5b - 3a)$, c) $(2a + b) - (5b - 3a)$, d) $x(x + 2) - x^2 - 2x$, e) $\frac{1}{2} \left(\frac{1}{x-1} - \frac{1}{x+1} \right) - \frac{1}{x^2-1}$.

3. Sievennä (tässä voi käyttää potenssin laskusääntöjä tai vain potenssin määritelmää ja murtolukujen supistamista)

a) $2a^2b \cdot 3a^3b^2$, b) $xy^3 \times 2xy^4$, c) $\frac{4s^3k^2}{2k^3s}$, d) $\frac{6x^2yz^3}{3xy^3z}$, e) $(2m^2n)^2$, f) $(5q/r^2)^3$, g) $\frac{(tz^2)^3}{t(tz^3)^2}$

1. Sievennä polynomit

a) $x(x+2) - 2(x^2+1)$, b) $(x+2)(x^2+1)$, c) $x\{x^2 - 1 - 2[x - (1 - 2x)] + 1\}$, d) $(x+a)^2 - (x-a)^2$, e) $(x+2a)^2 - (x+a)(x-a)$, f) $(2x+1)^3$.

Kertausta ja vähän uutta (potenssit)

2. Kirjan tehtävä 1.2.3 (sivulla 10):

Sievennä a) x^4x^7 , b) $x^2(-x)$, c) $\frac{x^2}{x}$, d) $\frac{x^{-2}}{x^{-1}}$, e) $(x^{-2})^4$, f) $(x^{-2.5}x^{-3.5})^2$

3. Kirjan tehtävä 1.2.4 (sivulla 10):

Sievennä mahdollisimman paljon.

a) $\frac{x^{1/2}}{x^{1/3}}$, b) $(16x^4)^{0.25}$, c) $\left(\frac{27}{y^3}\right)^{1/3}$, d) $\frac{2xy^2}{(2xy)^2}$, e) $\sqrt{a^2b^6c^4}$, f) $(64t^3)^{2/3}$.

1. Toisen asteen yhtälöitä.

[Kirjan tehtävästä 1.4.4 (sivuilla 25-26).] Toisen asteen yhtälön $ax^2 + bx + c = 0$ ratkaisukaavaa $\frac{-b \pm \sqrt{b^2 - 4ac}}{2a}$ käyttämällä ratkaise seuraavat yhtälöt.

a) $x^2 + x - 1 = 0$; (Laskettiin videolla, ei tarvitse palauttaa.)

b) $t^2 - 3t - 2 = 0$; **Tee ja palauta.**

c) $h^2 + 5h + 1 = 0$; **Tee ja palauta.**

g) $3r^2 = 7r + 2$; (Laskettiin videolla, ei tarvitse palauttaa.)

2. Toisen asteen yhtälöön johtavia murtolukuyhtälöitä. Tarkista lopuksi sijoittamalla.

a) Ratkaise $\frac{1}{x} + \frac{3}{2x} = 3$. Vihje: aluksi kerro luvulla $2x$ puolittain. (Laskettiin videolla, ei tarvitse palauttaa.)

b) Ratkaise $\frac{x-1}{x+1} + \frac{1}{x} = 1$. Vihje: aluksi kerro luvulla $(x+1)x$ puolittain. **Tee ja palauta.**

c) Ratkaise $\frac{x-1}{2x+2} + \frac{x-1}{x+1} = 1$. Vihje: aluksi kerro luvulla $2x+2$ puolittain. **Tee ja palauta.**

d) Ratkaise $\frac{2}{x-1} = \frac{x+1}{x-1}$. Vihje: aluksi kerro luvulla $x-1$ puolittain. (Laskettiin videolla, ei tarvitse palauttaa.)

3. Toisen asteen yhtälöön johtavia juuriyhtälöitä.

a) Ratkaise $\sqrt{x+3} = 5$. Vihje: aluksi puolittain $()^2$. (Laskettiin videolla, ei tarvitse palauttaa.)

b) Ratkaise $\sqrt{x+2} = 2x$. Vihje: aluksi puolittain $()^2$. **Tee ja palauta.**

c) Ratkaise $\sqrt{2x-1} = 3x-1$. Vihje: aluksi puolittain $()^2$. **Tee ja palauta.**

d) Ratkaise $\sqrt{1+\sqrt{2+x}} = 3$. Vihje: puolittain $()^2$, puolittain -1 ja puolittain $()^2$. **Tee ja palauta.**

e) Ratkaise $\sqrt{x+1} - \sqrt{x} = 1$. Vihje: aluksi puolittain $()^2$. Kaava $(a+b)^2 = a^2 + 2ab + b^2$ auttaa.

1. (Vapaaehtoinen.) Kolmen peräkkäisen kokonaisluvun summa on **93**. Etsi luvut.

2. (Vapaaehtoinen.) Suorakulmion pituus on **6 m** enemmän kuin sen leveys. Piiri on **52 m**. Laske lävistäjän pituus.

3. Ratkaise

a) $\begin{cases} x + y = 1, \\ x - y = 0, \end{cases}$

b) $\begin{cases} 2x + y = 3, \\ 14x + 7y = 0, \end{cases}$

c) $\begin{cases} x + 2y + 3 = 0, \\ 2x + 3y + 4 = 0, \end{cases}$

d) $\begin{cases} 3x - 2y - 1 = 0, \\ 9x - 6y - 3 = 0. \end{cases}$

1. Laske $f(-2)$, kun

a) $f(x) = \sqrt{4 - 2x}$,

b) $f(x) = \frac{x+2}{3x+1}$,

c) $f(x) = x^2 + 1$.

2. Tarkastellaan funktiota $f(x) = 5x + 4$. Määritä

a) $f(3)$,

b) $f(-3)$,

Ratkaisu. Lausekkeessa $f(\text{“muuttuja”})$ muuttuja sijoitetaan funk

c) $f(\alpha)$,

d) $f(x + 1)$,

e) $f(3\beta)$,

f) $f(x^2)$.

3. Olkoot $f(x) = 2x$, $g(x) = x - 1$ ja $h(x) = x^2$. Määritä

a) $f(g(x))$,

4. Etsi käänteisfunktion lauseke funktiolle

a) $f(x) = x + 4$,

b) $g(x) = 3x + 1$,

c) $h(x) = \frac{x-8}{3}$.

1. Aukaise käyttäen logaritmin laskusääntöjä

a) $\lg\left(\frac{2ab^2}{c}\right),$

b) $\ln\left(\frac{(a+b)^2}{\sqrt{c}}\right).$

2. Sievennä yhdeksi logaritmiksi

a) $\ln(xy) + \ln(y^2),$

b) $\lg\left(\frac{x^3y^2}{z}\right) - 2\lg\left(\frac{xy}{z}\right),$

c) $\ln\left(\frac{a}{b}\right) + \ln\left(\frac{b}{c}\right) + \ln\left(\frac{c}{d}\right) + \ln\left(\frac{d}{a}\right),$

d) $\log_2(t^3) - \log_2(2t) + 2\log_2 t.$

3. Laske a) $\log_2 8$, b) $\log_3 27$, c) $\lg \frac{1}{100}.$

4. Ratkaise

a) $16 = 10^x,$

b) $3^{2x+1} = 7,$

c) $2e^x = 9,$

d) $e^{2x} = 7e^x,$

e) $3^{3x} = 7^{x+1},$

f) $2^{x-1} = 4^{2x}.$

5. Ratkaise

a) $\ln(x^2 - 1) = 3,$

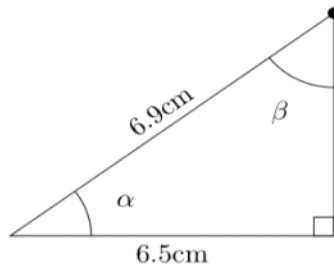
b) $2\ln x + 5 = 1,$

c) $\ln(x + 1) + \ln x = \ln 12,$

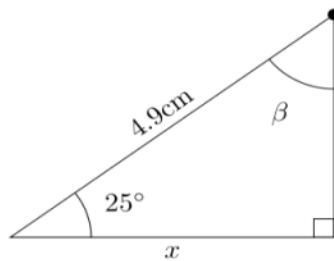
d) $\lg(x - 1) + 1 = \lg(x^2 - 1).$

Palautettavat tehtävät

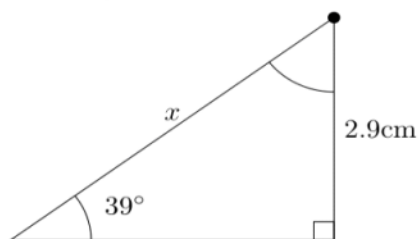
5. Laske kulmien α ja β suuruudet. Ratkaisu $\alpha \approx 19,6^\circ$ $\beta \approx 70,4^\circ$ (korjattu)



6. Laske kateetin x pituus. Ratkaisu ~~5.4cm~~ 4.44 cm



7. Laske hypotenuusan x pituus. Ratkaisu 4.6cm



8. Suorakulmaisen kolmion hypotenuusa on 36 ja terävä kulma on 19° . Laske kolmion muut osat. Ratkaisu $\alpha = 19^\circ$, $\beta = 71^\circ$, muut sivut 11.720 ja 34.038

1. Sievennä lauseke

$$\left(\frac{1}{4} - \frac{1}{3}\right) \div \left(2 - \frac{1}{6}\right)$$

muotoon $\frac{p}{q}$, missä p ja q ovat kokonaislukuja.

2. Avaa sulut

$$(2x + 3)^2 - x(8 + 4x).$$

3. Ratkaise toisen asteen yhtälö

$$2x^2 - 2x - 4 = 0.$$

4. Ratkaise yhtälöparista

$$\begin{cases} 6x + 5y &= 4 \\ x + 2y &= 2 \end{cases}$$

tuntemattomat x ja y .

5. Ratkaise x yhtälöstä

$$7^{2x} = 4^{x+5}.$$

6. Ratkaise x yhtälöstä

$$3 \ln(2x) - 2 \ln(x) = \ln(x + 1).$$

7. Erään suorakulmaisen kolmion terävät kulmat ovat α ja β . Määritä $\cos(\alpha)$ ja $\cos(\beta)$, kun tiedetään, että $\sin(\alpha) = \frac{\sqrt{2}}{3}$.

PERINTEINEN RATKAISUTAPA

2. ASTEEN YHTÄÖ

$$ax^2 + bx + c = 0$$

$$\Rightarrow x = \frac{-b \pm \sqrt{b^2 - 4ac}}{2a} = D$$

OK

JOSAIN
VÄLLESSÄ SOLMUUN

DISKRIMINANTTI

RATKAISU

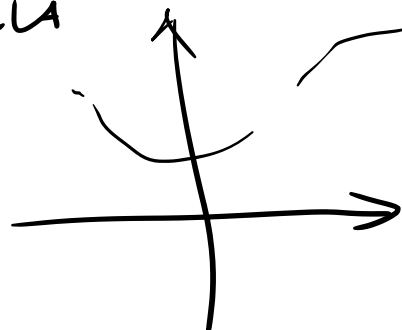
① HARJOITTELU

② PURKAMINEN
OSIIN

$$\begin{cases} D = b^2 - 4ac \\ x = \frac{-b \pm \sqrt{D}}{2a} \end{cases}$$

③ RATKAISU KUVAAN
AVULLA

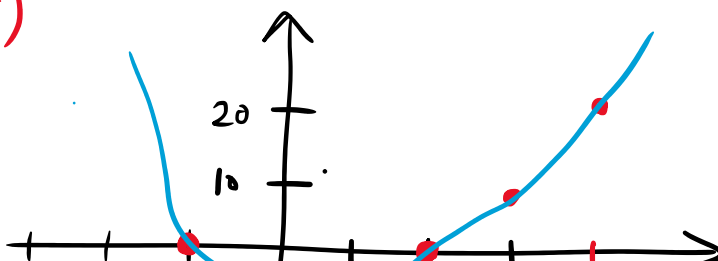
$$x \mid y =$$

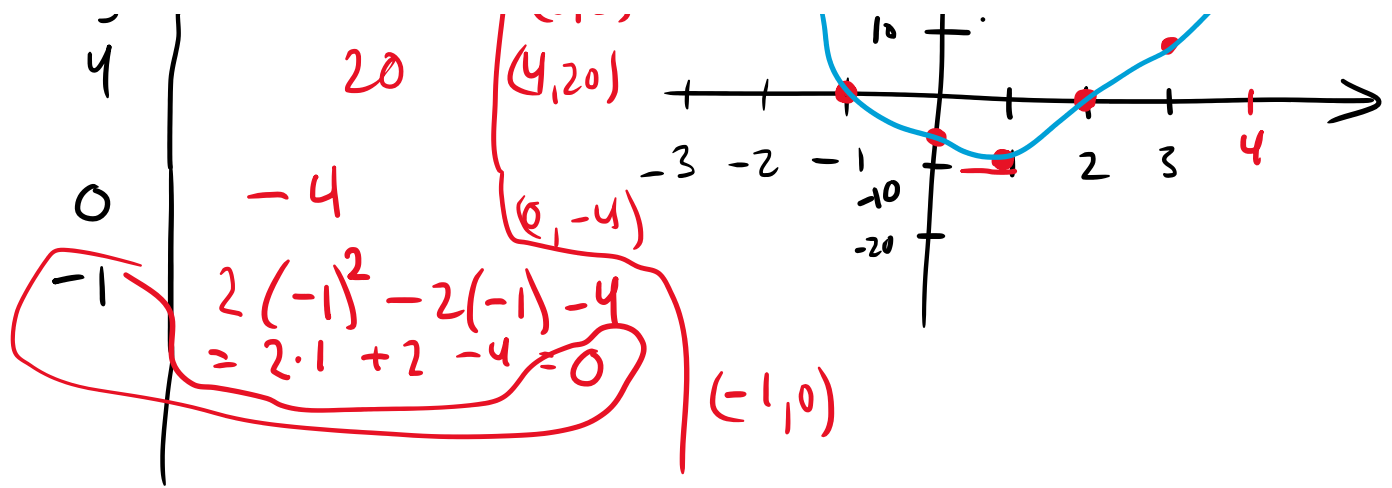
ESIMERKKI. RATKAISE $2x^2 - 2x - 4 = 0$

X	y = 2x ² - 2x - 4
0	
1	-8
2	0
3	8
4	20

$$\begin{cases} x = -1 \\ x = 2 \end{cases}$$

OIKEIN!





ESIMERKKI. RATKAISE $2x^2 - 2x - 4 = 0$

ESIM. $1 \cdot x^2 + 2x - 3 = 0$

$$\begin{cases} a = 1 \\ b = 2 \\ c = -3 \end{cases}$$

$$x = \frac{-b \pm \sqrt{b^2 - 4ac}}{2a}$$

$$\begin{cases} x = 1 \\ x = -3 \end{cases}$$

EI $x = \pm 1$

$$= \left(\frac{-2 \pm \sqrt{2^2 - 4 \cdot 1 \cdot (-3)}}{2 \cdot 1} \right)$$

$$\sqrt{2} = ?$$

$$\log_{10}(2) = \frac{2-1}{2+1} = \frac{1}{3}$$

$$\log_{10} \sqrt{2} = \frac{1}{3} \cdot \frac{1}{2} = \frac{1}{6}$$

$$e^x = 1 + x + \frac{x^2}{2} + \frac{x^3}{6}$$

$$10^x = e^{\ln 10^x} = e^{x \ln 10} =$$

$$\log_{10} 2$$

$$\log_{10} (3) = \frac{3-1}{3+1} = \frac{2}{4} = \frac{1}{2}$$

$$\log_2 (3) = 3.3 \cdot 0.5 = 1.5 + 0.15 = 1.65$$

$$\log_2 \sqrt{3} = 0.825$$

$$\log_{10} (3) = \frac{1}{2}$$

$$10^x = e^{\ln 10^x} = e^{x \overbrace{\ln 10}^{2.3}}$$

$$\log_{10} (3) = \frac{1}{2}$$

$$\log_{10} (\sqrt{3}) = 0.25$$

$$10^a \quad 0 < a < 1$$

$$\ln 2 = 0.7$$

$$\ln 20 = 3$$

$$\ln 10 = 2.3$$

$$\log_2 (10) = 3.3$$

$$\sqrt{3} = ?$$

$$0.25$$

$$\begin{array}{r} 2.3 \\ \hline 75 \end{array}$$

$$+ 50$$

$$0.575$$

$$\sqrt{3}' = 1 + 0.575 + \frac{0.575^2}{2} + \frac{0.575^3}{6}$$

$$\frac{x-1}{x+1} = \frac{x+1-2}{x+1} = 1 - \frac{2}{x+1}$$

$$\log_{10}(1) = 0$$

$$\log_{10}(10) =$$

$$f(x) = \log_{10}(x) - \frac{x-1}{x+1}$$

$$\log_{10}(x) = \frac{\ln(x)}{\ln(10)}$$

$$f'(x) = \frac{1}{x \ln(10)} - \frac{(x+1) - (x-1)}{(x+1)^2}$$

$$= \frac{1}{x \ln(10)} - \frac{2}{(x+1)^2} = 0 \Rightarrow \frac{(x+1)^2 - 2x \ln(10)}{(x+1)^2 x \ln(10)} = 0$$

