Mitta- ja integroimisteoria: osa a
Harjoitus 2/2019

1. Osoita: Jos $I \subset \mathbf{R}^n$ on n-väli, niin

$$m_n^*(I) \leq \ell(I).$$

2. Olkoon $\varepsilon > 0$ ja $A \subset \mathbf{R}^n$. Osoita, että on olemassa avoin joukko $B \subset \mathbf{R}^n$ siten, että $A \subset B$ ja $m_n^*(B) \leq m_n^*(A) + \varepsilon$.

3. Osoita, että ulkomitta on siirtoinvariantti, ts. kaikilla $A \subset \mathbf{R}^n$ ja $x \in \mathbf{R}^n$ pätee

$$m_n^*(x + A) = m_n^*(A),$$

missä $x + A = \{\, x + a : a \in A \,\}$.

4. Osoita, että jokaiselle numeroituvalle joukolle $A \subset \mathbf{R}^n$ pätee $m_n^*(A) = 0$.

5. Osoita, että $\mathbf{R}$ on ylinumeroituva.

6. Olkoon $m_n^*(A) = 0$ joukolle $A \subset \mathbf{R}^n$. Osoita, että kaikille $B \subset \mathbf{R}^n$ pätee

$$m_n^*(A \cup B) = m_n^*(B).$$