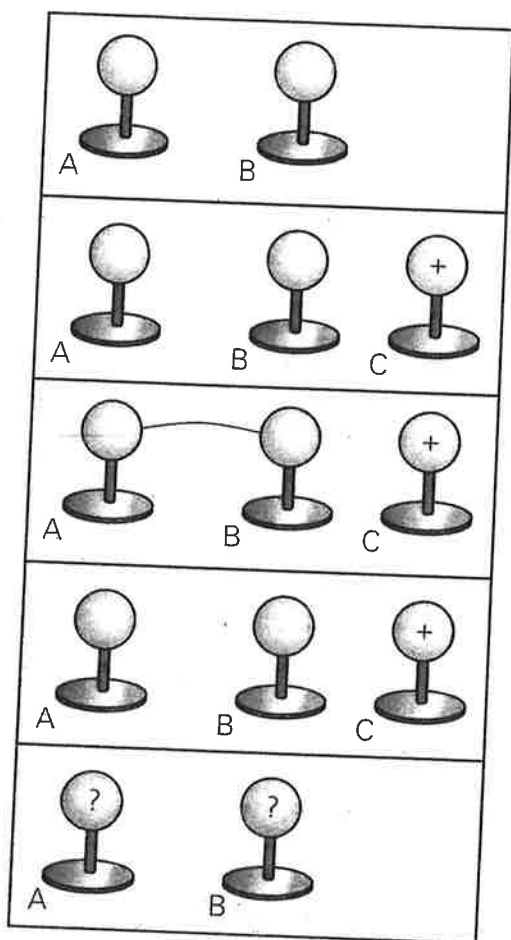


 Harjoitustehtäviä

- 1.1 Kuvan 1.66 johdepallo A ja B ovat ympäristöstään eristettyjä ja alussa varaamattomia. Positiivisesti varattu johdepallo C tuodaan A:n ja B:n lähelle kuvan mukaisesti. A ja B yhdistetään johtimella. Sitten johdin poistetaan, ja lopuksi pallo C poistetaan. Miten varaus siirtyy tapahtumasarjan eri vaiheissa? Minkä merkkiset ovat pallojen varaukset lopussa?

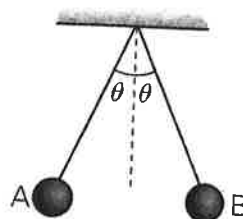


Kuva 1.66

- 1.2 Kuinka monta elektronia pitää lisätä kappaleeseen tai poistaa kappaleesta, jotta kappaleen varaukseksi tulisi a) $3,2 \text{ nC}$, b) $-1,7 \text{ nC}$? Kappaleen varaus on aluksi $0,6 \text{ nC}$.
- 1.3 Kaksi samanlaista pientä metallipalloa sijaitsevat 17 cm :n etäisyydellä toisistaan. Pallojen varaukset ovat -30 nC ja 150 nC .
- Määritä pallojen toisiinsa kohdistamat voimat.
 - Pallojen annetaan koskettaa toisiaan, jonka jälkeen ne viedään uudestaan 17 cm :n

etäisyydelle toisistaan. Määritä pallojen toisiinsa kohdistamat voimat.

- 1.4 Jatkoa esimerkkiin 1.9. Määritä palloon B kohdistuva sähköinen voima.
- 1.5 Eriste- ja metallipallon halkaisijat ja varaukset ovat vastaavasti 1 cm ja 10 cm sekä 2 nC ja $0,05 \text{ nC}$.
- Määritä pienempään palloon kohdistuva voima, kun pallo on $2,5 \text{ m}$:n etäisyydellä toisistaan.
 - Eristepallo viedään lähelle metallipallon pintaa. Miksi pallo nyt vetävät toisiaan puoleensa? (yo K 98)
- 1.6 Kaksi pientä palloa A ja B, joiden massat ovat m_A ja m_B sekä varaukset Q_A ja Q_B , on ripustettu samanpituisilla langoilla samasta pisteestä. Selvitä, missä seuraavista kolmesta tapauksesta pallo asetuvat kuvan 1.67 mukaisesti:
- $m_A = m_B$ ja $Q_A = Q_B$
 - $m_A = m_B$ ja $Q_A = 2Q_B$
 - $m_A = 2m_B$ ja $Q_A = Q_B$. (yo K 94)



Kuva 1.67

- 1.7 Pienen pallon A varaus on 12 nC .
- Määritä sähkökentän voimakkuus $11,5 \text{ cm}$:n etäisyydellä A:sta.
 - Kuinka suuri sähköinen voima kohdistuu A:sta $11,5 \text{ cm}$:n etäisyydellä olevaan pieneen palloon B, jonka varaus on $-4,4 \text{ nC}$? Piirrä kuvio, josta ilmenevät sähkökentän ja voiman suunnat.
- 1.8 Kahden pienen pallon välimatka on 54 cm ja varaukset $9,9 \text{ nC}$ ja $8,7 \text{ nC}$. Määritä sähkökentän voimakkuus pallojen yhdysjanan keskipisteessä.
- 1.9 Kahden pienen pallon välimatka on 37 cm ja varaukset $-0,35 \mu\text{C}$ ja $-0,35 \mu\text{C}$. Määritä sähkökentän voimakkuus pisteessä, joka on $1,14 \text{ m}$:n etäisyydellä kummastakin pallosta.

1.10 Valokopiokoneen positiivisesti varattu kuvarumpu vetää puoleensa negatiivisesti varattuja mustehiukkasia. Sähkökentän voimakkuus lähellä rummun pintaa on $0,11 \text{ MN/C}$. Kuinka suuri on mustehiukkasen varauksen ja massan suhteen oltava, jotta hiukkaseen kohdistuva sähköinen voima olisi 10 kertaa niin suuri kuin painovoima?

1.11 Tasaisesti varatun 15 m:n mittaisen suoran langan sähkövaraus on $0,27 \text{ } \mu\text{C}$. Määritä sähkökentän voimakkuus 12 cm:n etäisyydellä langasta.

1.12 Esimerkissä 1.15 tutkittiin tasaisesti varatun laajan tasopinnan sähkökenttää.

- Millä ehdolla pintaa voidaan pitää laajana? (Vihje: katso esimerkkiä 1.14 alaviitteineen.)
- Eristelevyn pinta-ala on $3,2 \text{ m}^2$. $4,1 \text{ } \mu\text{C:n}$ sähkövaraus on jakautunut tasaisesti levyn toiselle pinnalle. Määritä sähkökentän voimakkuus $4,4 \text{ cm:n}$ etäisyydellä kyseisestä pinnasta.

1.13 Tarkastellaan tasaisesti varattua pallonkuorta. Osoita tosiksi seuraavat väitteet:

- Pallonkuoren sisällä ei ole sähkökenttää
- Sähkökentän voimakkuus pallonkuoren ulkopuolella on yhtä suuri kuin tilanteessa, jossa varaus on keskittynyt pallon keskipisteeseen.

1.14 Sähkökentän voimakkuus valokopiokoneen sylinterin muotoisen kuvarummun ulkopinnan lähellä on $0,142 \text{ MN/C}$. Rummun pinta-ala on yhtä suuri kuin A4-arkin, siis $619,5 \text{ cm}^2$.

- Määritä rummun pinnan kokonaisvaraus.
- Paperikoko muutetaan A3:ksi, jolloin rummun pinta-ala kaksinkertaistuu. Kuinka suuri on nyt pinnan kokonaisvarauksen oltava, jotta sähkökentän voimakkuus olisi yhtä suuri kuin edellä?

1.15 Pitkässä ja suorassa putkessa (sisähalkaisija 45 cm) on ilmaa, jossa tasaisesti jakautuneen avaruusvarauksen tiheys on $2,0 \cdot 10^{-12} \text{ C/m}^3$. Määritä sähkökentän voimakkuus putken sisäpinnan lähellä.

1.16 Piirrä homogeenisessa sähkökentässä liikkuvan elektronin ratakäyrä, kun elektronin alkunopeus on a) nolla, b) kentän kanssa

samansuuntainen, c) kentälle vastakkais-suuntainen, d) kenttää vastaan kohtisuorassa.

1.17

- Määritä elektronin kiihtyvyyden homogeenisessa sähkökentässä, kun sähkökentän voimakkuus on $1,7 \text{ kN/C}$.
- Kuinka pitkällä matkalla suoraviivaisesti liikuvan elektronin nopeus kasvaa 1) nolasta arvoon $1,0 \cdot 10^6 \text{ m/s}$, 2) arvosta $1,0 \cdot 10^6 \text{ m/s}$ arvoon $2,0 \cdot 10^6 \text{ m/s}$?

1.18 Kahden laajan yhdensuuntaisen metallilevyn välissä on $32,2 \text{ kN/C:n}$ sähkökenttä. Levysten suuntainen elektronisuihku tulee levysten väliin kuvan 1.68 mukaisesti. Elektronien nopeus on $2,6 \cdot 10^7 \text{ m/s}$. Kuinka pitkiä levyt voivat korkeintaan olla, kun elektronisuihku ei saa osua kumpaankaan levyyn? (yo K 88)

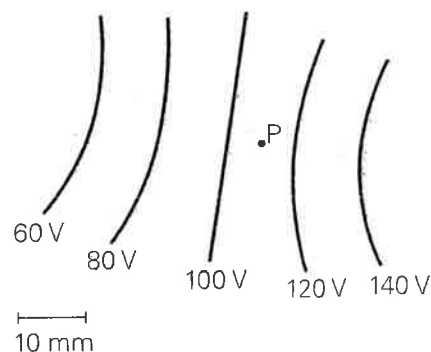


Kuva 1.68

1.19 Kondensaattorilevyjen välinen jännite on 64 V ja levyjen välinen etäisyys $2,0 \text{ mm}$. Määritä sähkökentän voimakkuus levyjen välissä.

1.20 Kahden pisteen välinen etäisyys on $6,5 \text{ mm}$. Määritä pisteiden välinen jännite, kun pisteiden välisen yhdysjanan ja homogeenisen sähkökentän (20 kV/m) välinen kulma on a) 0° , b) 30° , c) 90° .

1.21 Kuva 1.69 esittää erään sähkökentän tasapotentialaalipintoja, jotka ovat kohtisuorassa kuvan tasoa vastaan. Hahmottele kuvaan sähkökentän kenttäviivoja ja määritä sähkökentän voimakkuus pisteessä P. (yo K 93)



Kuva 1.69

1.22 Elektronit kiihdytetään oskilloskoopissa 2,5 kV:n jännitteellä. Määritä elektronien loppunopeus.

1.23 Hiukkasfysiikassa käytetään energian yksikönä elektronivoltta (eV) ja sen kerrannaisia keV, MeV, GeV ja TeV. Kun elektroni kiihdytetään tyhjiössä yhden voltin jännitteellä, sen sähköinen potentiaalienergia pienenee 1 eV:n verran ja liike-energia vastaavasti kasvaa 1 eV:lla.

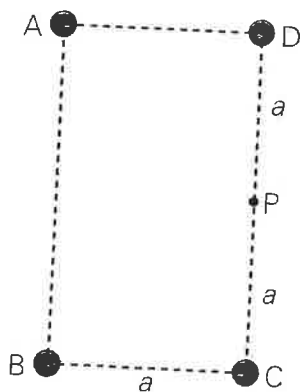
- a) Kuinka monta joulea on yksi elektronivoltti?
 b) Ilmaise tehtävän 1.22 elektronien liike-energia elektronivolteina.

1.24 Piste A sijaitsee 56,5 cm:n etäisyydellä ja piste B 17,9 cm:n etäisyydellä pienestä pallosta, jonka varaus on $-4,5 \text{ nC}$.

- a) Määritä pisteiden A ja B välinen jännite.
 b) Kuinka paljon energiaa tarvitaan siirtämään hiukkanen, jonka varaus on $1,0 \text{ nC}$, pisteestä B pisteeseen A?

1.25 Varatut pienet pallot A, B, C ja D sijaitsevat kuvan 1.70 mukaisesti suorakulmion nurkissa. Niiden varaukset ovat $Q_A = -15 \text{ nC}$, $Q_B = -15 \text{ nC}$, $Q_C = 55 \text{ nC}$ ja $Q_D = 55 \text{ nC}$. Kuvaan on merkitty etäisyys $a = 0,25 \text{ m}$.

- a) Määritä sähkökentän voimakkuus pisteessä P.
 b) Pisteeseen P tuodaan pieni pallo, jonka varaus on 28 nC ja massa 12 mg . Mihin loppunopeuteen pallo kiihtyy, kun se päästetään liikkeelle? Oletetaan, että sähköisen voiman rinnalla muut palloon vaikuttavat voimat ovat merkityksettömän pieniä. (Vihje: potentiaali pisteessä P on pallojen aiheuttamien sähkökenttien potentiaalien summa.) (yo K 99)

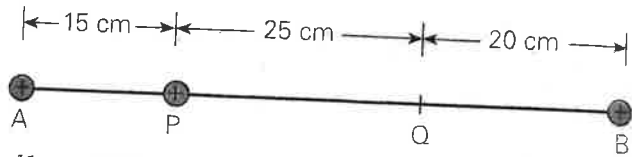


Kuva 1.70

1.26 Pieni hopeoitu korkkipallo, jonka massa on $0,5 \text{ g}$ ja varaus 3 nC , pääsee liikkumaan

varattuja kappaleita A ja B yhdistävässä eristelangassa (kuva 1.71). Kappaleiden varaukset ovat $Q_A = 16 \text{ nC}$ ja $Q_B = 4 \text{ nC}$.

- a) Pallo pidetään paikallaan pisteessä P. Kuinka suuri sähköinen voima siihen tällöin kohdistuu?
 b) Pallo päästetään irti. Määritä sen nopeus pisteessä Q. Liikevastuksia ei oteta huomioon. (yo K 90)



Kuva 1.71

1.27 $1,2 \text{ kV}$:n jännitteellä kiihdytetyt elektronit osuvat kohtisuorasti oskilloskoopin poiketuslevyjen väliseen homogeeniseen sähkökenttään. Levyjen välinen etäisyys on $8,0 \text{ mm}$ ja pituus 34 mm . Kuinka suuri on levyjen välinen jännite, kun sähkökentän jälkeen elektronin liikesuunta poikkeaa 12° alkuperäisestä liikesuunnasta? (yo S 90)

1.28 Johdemateriaalista valmistetun pallonkuoren (säde 20 cm) sisällä on negatiivisesti varattu johdepallo (säde 10 cm) siten, että kappaleilla on yhteinen keskipiste. Pallonkuoren kokonaisvaraus on nolla. Piirrä kuvio. Merkitse siihen sähkökentän kenttäviivat ja johteiden pintavaraukset.

1.29

- a) Osoita Gaussin lain avulla, että sähkökentän voimakkuus minkä tahansa muotoisen johdekappaleen pinnan läheisyydessä on σ/ϵ_0 , jossa σ on pinnan varauskate kyseisessä kohdassa. (Vihje: Valitse Gaussin pinnaksi pieni umpinainen sylinteri, jonka pohjat ovat johteen pinnan suuntaiset. Toinen pohja on johteessa ja toinen johteen pinnan ulkopuolella.)
 b) Esimerkissä 1.15 osoitettiin, että tasaisesti varatun laajan tasopinnan aiheuttama sähkökentän voimakkuus on $\sigma/(2\epsilon_0)$. Vertaa lauseketta a-kohdan tulokseen. Ovatko tulokset ristiriitaiset?

1.30 Maapallon sähkökentän voimakkuus maanpinnan lähellä on 150 N/C , ja kenttä suuntautuu suoraan alaspäin. Määritä maapallon pinnan varauskate ja kokonaisvaraus. Maa

1.31

a)

b)

1.32

1.33

a)

b)

c)

Ku

1.3

oletetaan johdepalloksi, jonka säde on 6380 km.

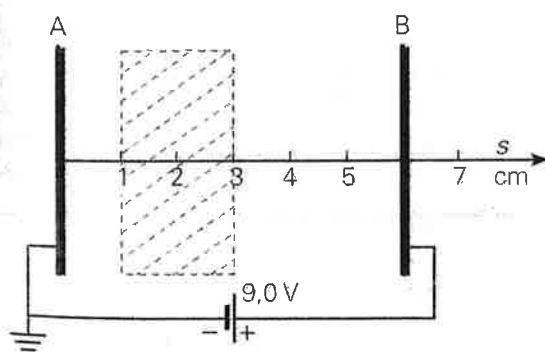
1.31 Johdemateriaalista valmistetun pallonkuoren A sisällä on johdepallo B siten, että A ja B eivät kosketa toisiaan. Sekä A:n että B:n varaus on positiivinen.

- Kumpi kappaleista on korkeammassa potentiaalissa, A vai B? (Vihje: päättele sähkökentän suunta A:n ja B:n välisessä tilassa Gaussin lain avulla.)
- B yhdistetään A:han johtimella. Kuinka käy B:n varauksen?

1.32 Ympäristöstään eristetyn kondensaattorin levyjen välissä on homogeeninen 120 kV/m:n sähkökenttä. Levyjen väliin asetetaan lasilevy. Määritä sähkökentän voimakkuus lasissa.

1.33 Kaksi laajaa yhdensuuntaista johdelevyä A ja B on kytketty 9,0 V:n paristoon kuvan 1.72 mukaisesti.

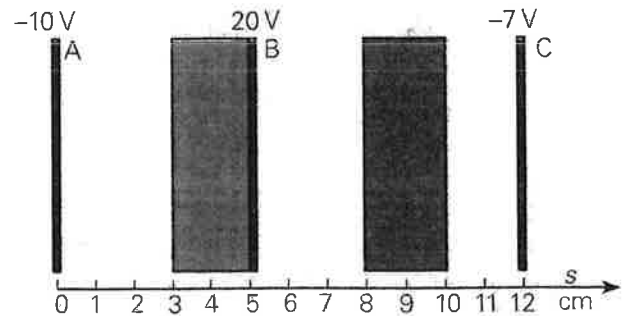
- Esitä graafisesti sähkökentän voimakkuus ja potentiaali paikan funktiona, kun levyjen välissä on pelkkää ilmaa. Piirrä sähkökentän kenttäviivat.
- Kuten a-kohta, mutta levyjen väliin katkoviivalla osoitettuun paikkaan on asetettu johdelevy, jonka paksuus on 2,0 cm.
- Kuten a-kohta, mutta levyjen väliin katkoviivalla osoitettuun paikkaan on asetettu eristelevy, jonka paksuus on 2,0 cm. Eristeen suhteellinen permittiivisyys on 3,0. (yo S 99)



Kuva 1.72

1.34 Kuvan 1.73 kolme laajaa yhdensuuntaista johdelevyä A, B ja C ovat potentiaaleissa -10 V, 20 V ja -7 V. Lisäksi A:n ja B:n välissä on kuvan mukaisesti johdelevy (paksuus 2,0 cm) sekä B:n ja C:n välissä eristelevy

(paksuus 2,0 cm, eristeen suhteellinen permittiivisyys 5,0). Esitä graafisesti sähkökentän voimakkuus ja potentiaali paikan funktiona. Piirrä sähkökentän kenttäviivat.

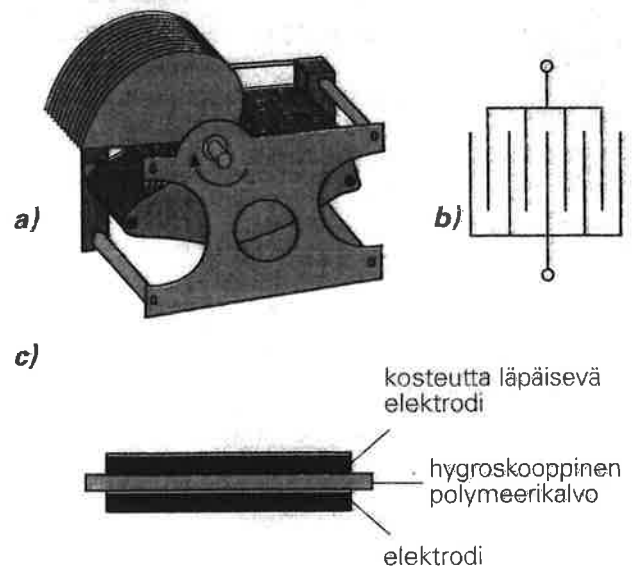


Kuva 1.73

1.35 Kuinka suuri on johdepallon halkaisijan vähintään oltava, jotta pallon potentiaali voisi olla 1,0 MV? Potentiaali äärettömän kaukana pallosta on valittu nolaksi. Ympäröivä ilma on kuivaa.

1.36

- Selosta kuvien 1.74 a ja b esittämän säätökondensaattorin toimintaperiaate.
- Kuva 1.74 c esittää kapasitiivisen kosteusan turin rakennetta. Minkä vuoksi anturin kapasitanssi muuttuu ilman kosteuden muuttuessa? (yo S 99)



Kuva 1.74

1.37 Levykondensaattorin levyjen pinta-ala on 0,65 m² ja levyjen välinen etäisyys 0,20 mm. Levyjen välinen tila on täytetty kokonaan eristepaperilla. Määritä kondensaattorin kapasitanssi ja läpilyöntikestävyys.

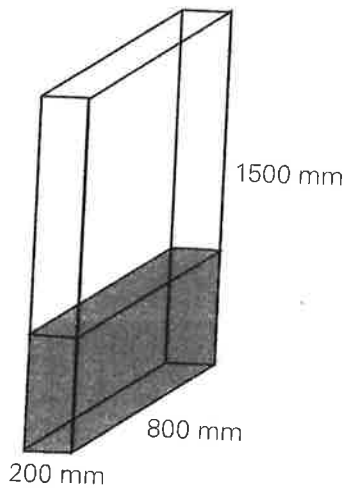
1.38 Tehtävän 1.37 kondensaattori on varattu 640 V:n jännitteeseen. Määritä kondensaattorin a) varaus, b) positiivisesti varatun levyn varauskate ja c) sähkökentän voimakkuus.

1.39 Tietokoneen näppäimistö voi toimia esimerkiksi seuraavalla periaatteella: Kuhunkin näppäimeen on kiinnitetty pieni metallilevy, joka toimii ilmaeristeisen levykondensaattorin toisena levynä. Kun tiettyä näppäintä painetaan, levyjen välimatka pienenee ja kondensaattorin kapasitanssi kasvaa. Virtapiiri havaitsee kapasitanssin muutoksen ja välittää tiedon kyseisen näppäimen painamisesta.

Kummankin metallilevyn pinta-ala on $45,0 \text{ mm}^2$ ja levyjen välimatka ennen näppäimen painamista $0,67 \text{ mm}$. Virtapiiri havaitsee kapasitanssin muutoksen, jos muutos on vähintään $0,25 \text{ pF}$. Kuinka pitkä matka näppäintä on painettava alaspäin?

1.40 Muovisen öljysäiliön sisämitat ovat kuvan 1.75 mukaiset. Säiliössä olevan öljyn määrä halutaan mitata kapasitiivisesti. Tämä toteutetaan siten, että pinta-alaltaan suuremmat vastakkaiset pystysuorat sisäseinät päällystetään metallikalvolla, jolloin syntyy kondensaattori. Määritä tämän kondensaattorin kapasitanssi, kun säiliössä on öljyä a) 0 %, b) 100 %, c) 25 % säiliön tilavuudesta. Öljyn suhteellinen permittiivisyys on 2,2. (yo K 01)

Kuva 1.75



1.41 $5,2 \text{ nF}$:n ja $3,2 \text{ nF}$:n kondensaattorit kytketään sarjaan, ja näin saatu yhdistelmä kytketään rinnan $7,4 \text{ nF}$:n kondensaattorin kanssa. Määritä koko systeemin kapasitanssi.

1.42 Kuinka monta 10 nF :n kondensaattoria vähintään tarvitaan, kun halutaan muodostaa yhdistelmä, jonka kapasitanssi on a) $4,0 \text{ nF}$, b) $2,5 \text{ nF}$? Esitä kytkennät.

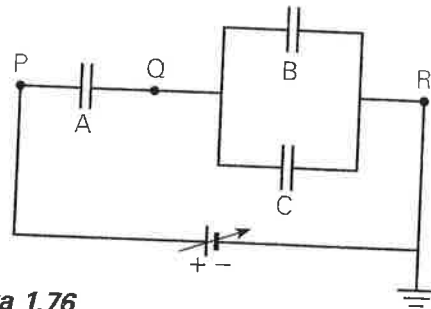
1.43 Kymmenen samanlaista kondensaattoria kytketään a) sarjaan, b) rinnan. Kuinka suuri on yhdistelmän kapasitanssi, kun yhden kondensaattorin kapasitanssi on C ?

1.44 $1,0 \mu\text{F}$:n ja $2,0 \mu\text{F}$:n kondensaattorit kytketään sarjaan, samoin $3,0 \mu\text{F}$:n ja $4,0 \mu\text{F}$:n kondensaattorit. Saadut yhdistelmät kytketään rinnan.

a) Määritä koko systeemin kapasitanssi.
b) Kuinka suureen jännitteeseen systeemi voidaan kytkeä, kun jokaisen kondensaattorin läpilyöntikestävyys on 500 V ?

1.45 Kuvan 1.76 kondensaattorien A, B ja C kapasitanssit ovat $120 \mu\text{F}$, $47 \mu\text{F}$ ja $22 \mu\text{F}$ sekä läpilyöntikestävydet $8,0 \text{ V}$, 10 V ja 16 V .

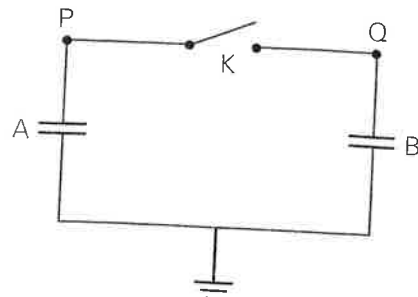
a) Määritä systeemin kapasitanssi.
b) Kuinka suuri voi pisteen Q potentiaali korkeintaan olla?
c) Kuinka suuri voi pisteiden P ja R välinen jännite korkeintaan olla? (yo S 01)



Kuva 1.76

1.46 Kuvan 1.77 mukaisessa kytkennässä kondensaattorien A ja B kapasitanssit ovat $0,20 \mu\text{F}$ ja $0,45 \mu\text{F}$. Kun katkaisija K on auki, pisteen P potentiaali on 10 V ja pisteen Q potentiaali 24 V .

Kuva 1.77



- a) Määritä pisteiden P ja Q välinen jännite, 1) kun K on auki ja 2) sen jälkeen kun K on suljettu.
- b) Määritä pisteen P potentiaali K:n sulkemisen jälkeen.
- c) Kuinka suuri on kondensaattorin A varaus K:n sulkemisen jälkeen? (yo S 92)

1.47 Levykondensaattori varataan ja eristetään ympäristöstään. Kondensaattorin levyihin kytkettyjen johtimien päät viedään niin lähelle toisiaan, että ilmassa tapahtuu sähköpurkaus. Onko sähköpurkaus voimakkaampi vai heikompi, jos eristetyn kondensaattorin a) levyt vedetään etäämmälle toisistaan, b) levyjen väliin työnnetään eristelevy ennen purkauksen aiheuttamista? (Vihje: tarkastele kondensaattorin energiaa.)

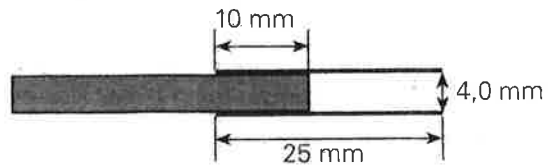
1.48 Kameran salamavalolaite sisältää kondensaattorin, jonka annetaan purkautua lampun läpi. Lampun välähdys kestää ajan t , jolloin valoa syntyy keskimäärin teholla P . Lampun hyötysuhde on η .

- a) Kuinka paljon energiaa kondensaattoriin oli varastoitu?
- b) Määritä kondensaattorin kapasitanssi, kun kondensaattorin jännite ennen lampun välähdystä oli U .

1.49 Levykondensaattorin neliön muotoisten levyjen sivun pituus on 25 mm ja levyjen välinen etäisyys 4,0 mm. Levyjen väli on

täytetty osittain akryylilevyllä kuvan 1.78 osoittamalla tavalla.

- a) Määritä kondensaattorin kapasitanssi.
- b) Akryylilevy työnnetään varatun kondensaattorin levyjen väliin siten, että se täyttää kokonaan levyjen välisen tilan. Kuinka monta prosenttia kondensaattorin energia muuttuu? (yo K 91)



Kuva 1.78

1.50

- a) Levykondensaattori A (kapasitanssi $5,0 \mu\text{F}$) on kytketty 20 V :n jännitteeseen ja levykondensaattori B (kapasitanssi $2,0 \mu\text{F}$) $3,0 \text{ V}$:n jännitteeseen. Ensin kondensaattorit irrotetaan virtalähteistä. Sitten A:n levyjen välistä poistetaan eristelevy (eristemateriaalin suhteellinen permittiivisyys $5,0$). Lopuksi kondensaattorit kytketään rinnan. Määritä kondensaattorien jännitteet lopputilanteessa. Kuinka paljon kondensaattorien kokonaisenergia muuttuu? Miksi energia muuttuu?
- b) Kuten a-kohta, mutta A:n levyjen välistä poistetaan ensin eriste ja A irrotetaan virtalähteestä vasta tämän jälkeen.

Harjoitustehtäviä

- 2.1 Salama iskee. Keskimäärin 20 kA:n sähkövirta kulkee 100 μ s:n ajan salamakanavassa, jonka halkaisija on noin 1 cm.
- a) Kuinka suuri sähkövaraus siirtyy salamakanavan poikkileikkauksen läpi?
- b) Määritä keskimääräinen virrantiheys.
- 2.2 Kuparijohtimessa kulkee 1,0 A:n virta. Kuinka kauan kestää, ennen kuin 1,0 g elektroneja on kulkenut johtimen-poikkileikkauksen läpi?
- 2.3 Määritä vastuksen resistanssi, kun vastuksen jännitehäviö ja sähkövirta ovat mittausten mukaan a) 0,56 V ja 27 mA, b) 0,22 kV ja 1,7 A.
- 2.4 Kuparijohtimessa, jonka poikkileikkauksen pinta-ala on 1,5 mm², kulkee 5,9 A:n virta. Määritä jännitehäviö 10 metrin matkalla, kun johtimen lämpötila on 45 °C.
- 2.5 Messinki- ja kuparilangan pituudet ja resistanssit ovat yhtä suuret. Kuinka suuri on messinkilangan halkaisija, kun kuparilangan halkaisija on 1,7 mm?
- 2.6 Vastuksena käytetyn metallilangan pituus on 108 cm, halkaisija 0,80 mm ja resistanssi 3,0 Ω .
- a) Määritä jännitehäviö ja sähkökentän voimakkuus langassa, kun siinä kulkee 1,67 A:n virta.
- b) Samaa ainetta olevasta langasta, jonka halkaisija on 0,40 mm, halutaan valmistaa 25 Ω :n vastus. Kuinka pitkä langan on oltava?
- 2.7 Metallijohtimen resistiivisyyden riippuvuutta lämpötilasta voidaan hyödyntää esimerkiksi lämpötila-antureissa. Kuparijohtimen resistanssi lämpötilassa 20 °C on 155 Ω . Anturi viedään tutkittavaan kohteeseen, ja johtimen resistanssiksi mitataan 172 Ω . Määritä tutkittavan kohteen lämpötila. (Vihje: johtimen pituuden ja poikkileikkauksen muutoksia ei tarvitse ottaa huomioon.)
- 2.8 Erään metallin resistiivisyyden lämpötilariippuvuutta tutkittiin lämmittämällä ohuesta langasta valmistettua käämiä parafiini-

öljyhauteessa ja mittaamalla samanaikaisesti vastusmittarilla käämin resistanssia. Saatiin seuraavat tulokset:

$t/^\circ\text{C}$	R/Ω
21,8	17,5
39,0	18,6
51,8	19,6
66,3	20,7
80,1	21,7
93,2	22,5

Määritä sopivaa graafista esitystä käyttäen metallin resistiivisyyden lämpötilakerroin. (yo S 92)

- 2.9 Osoita, että a) VA = W ja b) kWh = 3,6 MJ.
- 2.10 Generaattori, jonka napajännite on 200 V, syöttää virtapiiriin 100 kW:n tehon. Määritä piirissä kulkeva virta ja generaattorin vuorokaudessa piiriin syöttämä energia.
- 2.11 Hehkulampussa on merkintä 230 V, 60 W.
- a) Määritä lampun resistanssi ja sähkövirta, kun lamppu on kytketty 230 V:n jännitteeseen.
- b) Kun määritetään lampun hehkulangan resistanssi huoneen lämpötilassa, saadaan a-kohdan tulosta pienempi arvo. Miksi?
- 2.12 Tietyn vesierän lämmitys kiehumispisteeseen kestää 8,2 minuuttia, kun verkkojännite on 236 V. Kovalla pakkasella on verkkojännite suuren sähkönkulutuksen vuoksi pienempi, jolloin veden lämmitys kestää 9,1 minuuttia. Määritä kyseinen verkkojännite, kun vedenkeittimen hyötysuhde ja vastuksen resistanssi ovat riittävällä tarkkuudella vakioita.
- 2.13 Pöytälampussa on kaksi erilaista johdinta, lampun hehkulanka ja kaapelin johdin. Kumman johtimen resistanssi on suurempi?
- 2.14 Vastus, jonka resistanssi on 56 Ω , kestää 125 W:n tehon. Kuinka suuria voivat vastuksen napajännite ja sähkövirta olla?
- 2.15 230 V:n jännitteeseen kytketyssä lämminvesivaraajassa on 300 litraa vettä, jonka läm-

pötila on 6 °C. Veden lämpötila nostetaan 10 tunnissa arvoon 95 °C. Kuinka suuren virran varaaja ottaa sähköverkosta?

- 2.16 Jatkoa tehtävään 2.1. Salamän pituus on 2 km ja salamakanavan päiden välinen jännite ennen salamäniskua 10 MV.
- Määritä sähkökentän voimakkuus salamakanavassa.
 - Arvioi, kuinka suurella teholla energiaa vapautuu salamän iskiessä.
 - Arvioi, kuinka kauan salamäniskussa vapautuvalla energialla voisi käyttää 100 W:n hehkulamppua.
- Jännitteen pienenemistä salamäniskun aikana ei tarvitse ottaa huomioon.

2.17 Lamput A ja B ovat muuten samantyyppiset, paitsi, että B:n hehkulanka on paksumpi kuin A:n. Kumpi lampuista kuluttaa suuremman tehon, kun a) lamput kytketään samaan jännitteeseen, b) lamppujen läpi kulkevat virrat ovat yhtä suuret?

- 2.18 Kovassa pakkasessa seisovan auton akun lähdejännite on 11,5 V, sisäinen resistanssi 0,040 Ω ja lataus 20 Ah. Oletetaan, että yhdessä käynnistysyrityksessä akusta otetaan keskimäärin 150 A:n virta 7 sekunnin ajan.
- Kuinka monta käynnistysyritystä pystytään tekemään, jos akun lataus voi laskea arvoon 15 Ah?
 - Kuinka paljon lämpöenergiaa akussa kehittyy näiden käynnistysyritysten aikana? (yo S 94)

2.19 Generaattorin antama 100 kW:n teho siirretään käyttöpaikalle johtimilla, joiden resistanssi pituusyksikköä kohti on 0,85 Ω/km. Kuinka kaukana käyttöpaikka voi sijaita, kun tehohäviö siirtojohdossa saa olla korkeintaan 5,0 %? Generaattorin jännite on 1,0 kV.

2.20 340 kg:n kuorma nostetaan 25 m:n korkeudelle 55 sekunnissa. Sähkömoottori, jonka hyötysuhde on 89 %, on kytketty 230 V:n jännitteeseen. Kuinka suuri virta moottoriin syötetään?

2.21 Ukkosenjohdattimessa käytetään kuparijohtinta, jonka lämpötila ei saa nousta korkeammaksi kuin 500 °C. Kuinka suureksi on johtimen halkaisija vähintään valittava, kun salamän sähkövirta ei ylitä arvoa 250 kA

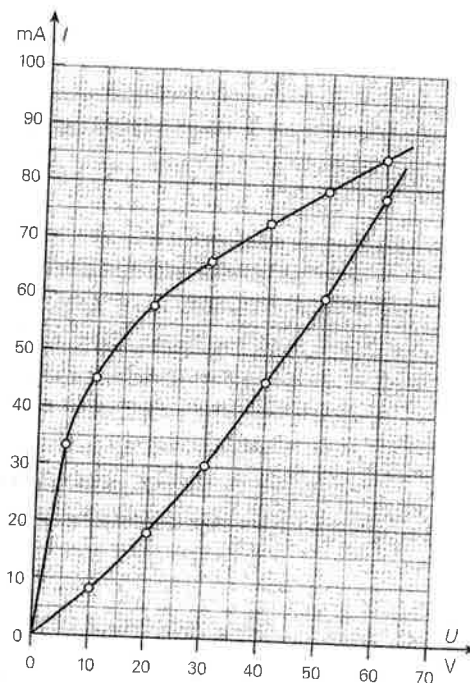
eikä salamän kesto arvoa 1 ms? Ukkosenjohdattimen alkulämpötila on 20 °C. Käytännön johtimen resistanssina alku- ja loppulämpötiloja vastaavien arvojen keskiarvoa. Lämpönsiirtymistä ympäristöön ei tarvitse ottaa huomioon, koska kyseessä on erittäin nopea tapahtuma.

2.22 Pienoisakun sisäinen resistanssi ja lähdejännite pyrittiin määrittämään mahdollisimman tarkasti mittaamalla akun napajännite useilla eri kuormitusvirran arvoilla. Mittaustulokset on esitetty oheisessa taulukossa.

I/mA	U/V
100	1,222
148	1,212
200	1,195
260	1,186
301	1,174
348	1,160
408	1,150
460	1,133

- Piirrä mittaukseen sopiva kytkentäkaavio.
- Määritä sopivaa graafista esitystä käyttäen akun sisäinen resistanssi ja lähdejännite. (yo S 01)

2.23 Laboratoriotyössä mitattiin volframilankaisen hehkulampun ja hiililankalampun läpi kulkevaa tasavirtaa lampun napajännitteen funktiona, jolloin saatiin kuvan 2.36 mukaiset käyrät.



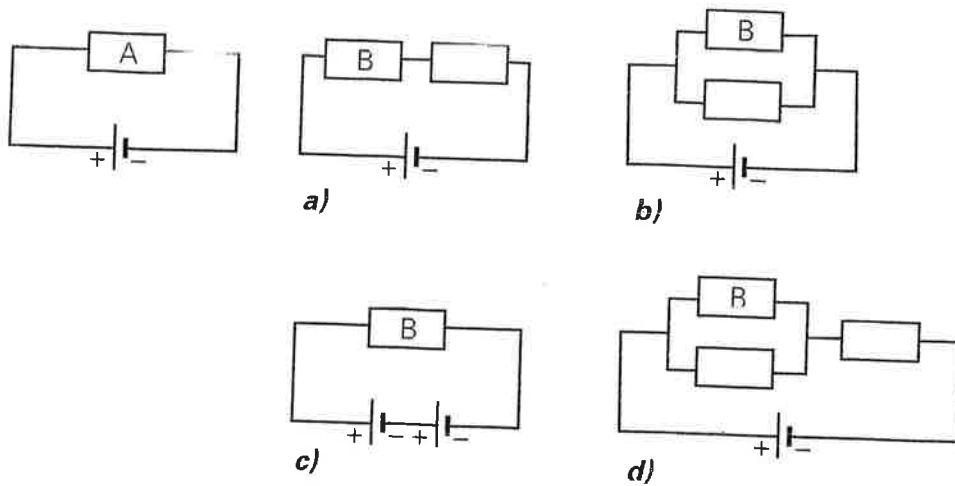
Kuva 2.36

- a) Miksi kuvaajat eivät ole suoria? Kumpi kuvaajista on volframilangan ja kumpi hiililangan ominaiskäyrä?
- b) Suorita tarvittavat laskelmat ja piirrä kummankin lampun resistanssi tehon funktiona. (yo K 89)
- 2.24 $5,2 \text{ k}\Omega$:n ja $3,2 \text{ k}\Omega$:n vastukset kytketään sarjaan, ja näin saatu yhdistelmä kytketään rinnan $7,4 \text{ k}\Omega$:n vastuksen kanssa. Määritä koko systeemin resistanssi.
- 2.25 Kymmenen samanlaista vastusta kytketään a) sarjaan, b) rinnan. Kuinka suuri on yhdistelmän resistanssi, kun yhden vastuksen resistanssi on R ?
- 2.26 Sähkövastuksen resistanssin nimellisarvo on $10,00 \Omega$, mutta mittauksissa todetaan resistanssin oikeaksi arvoksi $10,14 \Omega$. Kuinka pitkä hiililanka on kytkettävä vastuksen kanssa rinnan, jotta systeemin resistanssi olisi nimellisarvon mukainen? Langan resistanssi pituusyksikköä kohti on $35,0 \Omega/\text{m}$.
- 2.27 Kuinka monta 10Ω :n vastusta vähintään tarvitaan, kun halutaan muodostaa yhdistelmä, jonka resistanssi on $3,0 \Omega$? Esitä kytkentä. Kuinka suureen jännitteeseen yhdistelmä voidaan kytkeä, kun kukin vastus kestää $2,5 \text{ W}$:n tehon?
- 2.28 Vastuksen resistanssi lämpötilan funktiona voidaan ilmaista muodossa

$$R = R_0 [1 + \alpha_R (t - t_0)],$$
jossa R_0 on vastuksen resistanssi lämpötilassa t_0 , α_R resistanssin lämpötilakerroin¹⁰ ja R resistanssi lämpötilassa t . Kaksi vastusta, joiden resistanssin lämpötilakertoimet ovat $0,0010 \text{ 1/}^\circ\text{C}$ ja $-0,040 \text{ 1/}^\circ\text{C}$ (NTC-vastus), kytketään sarjaan. Kuinka suuriksi on vastusten resistanssit valittava, jotta systeemin resistanssi ei riippuisi lämpötilasta ja sen arvo olisi $10 \text{ k}\Omega$?
- 2.29 Johtimena käytetään teräslankaa, jonka halkaisija on $3,0 \text{ mm}$ ja joka on päällystetty $150 \mu\text{m}$:n paksuisella kuparikerroksella. Kuinka suuri on jännitehäviö 420 m :n mittai-
- sessä johtimessa, jossa kulkee $3,5 \text{ A}$:n virta? Teräksen resistiivisyys on $18,4 \cdot 10^{-8} \Omega\text{m}$. (yo S 02)
- 2.30 Kolme vastusta on kytketty sarjaan pariston kanssa. Vastusten resistanssit¹⁰ ovat $17,8 \text{ k}\Omega$, $29,7 \text{ k}\Omega$ ja $33,2 \text{ k}\Omega$ sekä pariston lähdejännite $2,50 \text{ V}$. Määritä pariston piiriin syöttämä teho sekä vastusten napajännitteet ja lämpötehot. Tarkasta tulokset energian säilymislain avulla. Pariston sisäinen resistanssi on hyvin pieni.
- 2.31 10Ω :n ja 20Ω :n vastukset kytketään sarjaan, samoin 30Ω :n ja 40Ω :n vastukset. Saadut yhdistelmät kytketään rinnan.
- a) Määritä koko systeemin resistanssi.
- b) Kuinka suureen jännitteeseen systeemi voidaan kytkeä, kun jokainen vastus kestää turmeltumatta 50 W :n tehon?
- 2.32 Akun lähdejännite on $12,4 \text{ V}$. Akun napoihin yhdistetään systeemi, jossa neljä samanlaista lampua on kytketty rinnan. Mittaamalla saadaan kokonaisvirraksi $19,2 \text{ A}$ ja akun napajännitteeksi $11,7 \text{ V}$.
- a) Piirrä mittaukseen sopiva kytkentäkaavio.
- b) Kuinka suuri on akun sisäinen resistanssi?
- c) Määritä yhden lampun tehonkulutus. (yo S 95)
- 2.33 Käytettävissä on identtisiä vastuksia ja akku, jonka sisäinen resistanssi on mitättömän pieni. Tarkastellaan seuraavia kytkentöjä:
- 1) Akkuun on kytketty yksi vastus.
 - 2) Kaksi vastusta on kytketty sarjaan ja näin saatu yhdistelmä kytketty akkuun.
 - 3) Kaksi vastusta on kytketty rinnan ja näin saatu yhdistelmä kytketty akkuun.
- Mitkä seuraavista väitteistä ovat tosia, mitkä epätosia?
- a) Akusta otetaan kytkennässä 1 suurempi virta kuin kytkennässä 2.
- b) Akusta otetaan kytkennässä 1 suurempi virta kuin kytkennässä 3.
- c) Kytkennän 1 vastus kuluttaa pienemmän tehon kuin kytkennän 2 vastukset yhteensä.
- d) Kytkennän 1 vastus kuluttaa pienemmän tehon kuin kytkennän 3 vastukset yhteensä.

¹⁰ Johtimen resistanssin lämpötilakerroin on riittävällä tarkkuudella yhtä suuri kuin johtimen materiaalin resistiivisyyden lämpötilakerroin, jos lämpölaajenemisesta aiheutuvat piteuden ja poikkipinta-alan muutokset ovat vähäisiä. Siksi näitä kahta suuretta merkitään tässä kirjassa samalla symbolilla α_T .

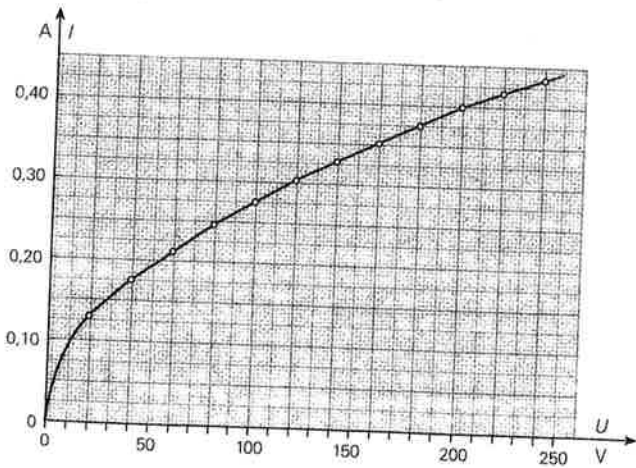
Kuva 2.37



2.34 Kuvan 2.37 virtapiirien paristot ovat identtisiä, samoin vastukset. Paristojen ja johtimien resistanssit ovat hyvin pieniä. Määritä kussakin tapauksessa suhde P_B/P_A , jossa P_A on vastuksen A lämpöteho ja P_B vastuksen B lämpöteho. (yo K 00)

2.35 Erään 100 watin hehkulampun virta riippuu lampun napajännitteestä kuvan 2.38 mukaisesti.

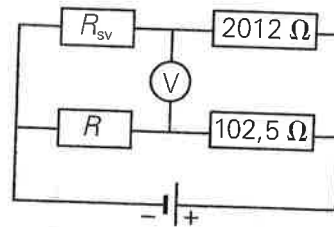
- Miksi kuvaaja ei ole suora?
- Esitä graafisesti lampun kuluttama teho jännitteen funktiona.
- Verkkajännitteeseen (230 V) kytketyn lampun tehonkulutusta pienennetään lampun kanssa sarjaan kytketyllä *etuvastuksella*. Kuinka suuri on vastuksen resistanssi, kun lamppu kuluttaa 65 W:n tehon? (yo K 03)



Kuva 2.38

2.36 Tutkittavan vastuksen resistanssi R mitattiin kuvan 2.39 esittämän koejärjestelyn,

Wheatstonen sillan, avulla. Kun tarkkuussäätövastuksen resistanssi R_{sv} säädettiin arvoon 1274Ω , jännitemittari näytti nolaa. Määritä tämän perusteella resistanssi R . (yo S 96)



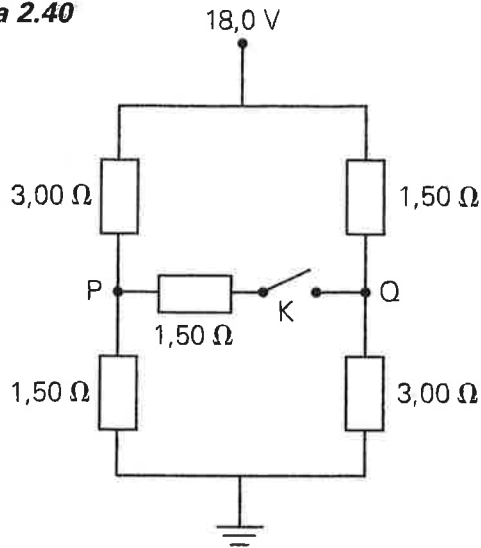
Kuva 2.39

2.37 Kaksi samanlaista akkua (lähdejännite 12,6 V, sisäinen resistanssi $0,50 \Omega$ ja varaus 80 Ah) kytketään a) sarjaan, b) rinnan. Yhdistelmä kytketään vastukseen, jonka resistanssi on 12Ω . Määritä vastuksen lämpöteho ja aika, jossa puolet systeemin kokonaislatauksesta purkautuu.

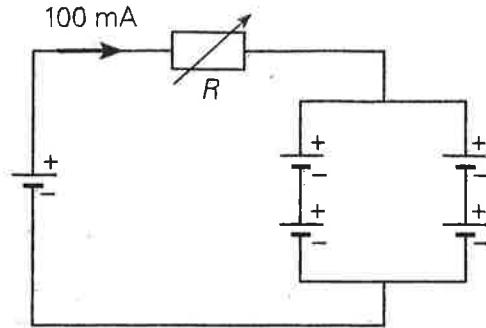
2.38 Kuva 2.40 esittää kytkentäkaavioissa usein käytettyä merkintätapaa. Virtalähdettä ei ole merkitty kuvaan. Kaavio tarkoittaa sitä, että piste, jonka potentiaaliksi ilmoitetaan 18,0 V, on kytketty virtalähteen positiiviseen napaan ja maadoitettu piste negatiiviseen napaan. Virtapiiri sulkeutuu patterin sisällä, vaikkei tämä kuvasta ilmenekään. Virtalähteen sisäinen resistanssi on mitättömän pieni.

- Määritä pisteiden P ja Q välinen jännite, kun katkaisija K on auki.
- Katkaisija suljetaan. Määritä sen kautta kulkeva virta.

Kuva 2.40



Kuva 2.41



2.39 Kännykän akkua jouduttiin lataamaan moottoripyörän akulla, jonka lähdejännite oli 6,15 V ja sisäinen resistanssi 0,25 Ω . Kännykän akun lähdejännite oli 5,24 V ja sisäinen resistanssi 0,51 Ω . Latausvirran rajoittamiseksi kytkettiin akkujen kanssa sarjaan vastus, jonka resistanssi oli 2,00 Ω . Virta mitattiin ampeerimittarilla, jonka resistanssi oli hyvin pieni.

- Piirrä kytkentäkaavio.
- Kuinka suurta virtaa ampeerimittari näytti?
- Määritä moottoripyörän akun tehontuotto.
- Kuinka suurella teholla kännykän akkuun sitoutui energiaa?
- Määritä kummankin akun lämpöteho. (yo K 99)

2.40 Neljää pienoisakkua ladataan kuvan 2.41 mukaisesti. Akkujen lähdejännitteet ovat 1,2 V ja sisäiset resistanssit 0,25 Ω sekä lataavan virtalähteen vastaavasti 3,0 V ja 1,0 Ω . Kuinka suuri pitää säätövastuksen resistanssin R olla, jotta säätövastuksen läpi kulkisi 100 mA:n virta? (yo S 89)

2.41 Kuvan 2.31 virtapiirissä on pariston lähdejännite 1,5 V, kondensaattorin kapasitanssi 350 nF ja piirin resistanssi 22 M Ω .

- Määritä piirin aikavakio.

- Kuinka monen aikavakion kuluttua katkaisijan sulkemisesta kondensaattorin jännite on 95 % lopullisesta arvostaan?
- Määritä piirissä kulkeva virta 3,5 sekunnin kuluttua katkaisijan sulkemisesta.
- Määritä kondensaattorin jännite ja varaus lopussa.

2.42 76 μF :n kondensaattori on ladattu 65 V:n jännitteeseen. Henkilö koskee vahingossa vasemmalla kädellään kondensaattorin positiivisesti varattuun levyyn ja oikealla kädellään kondensaattorin negatiivisesti varattuun levyyn. Määritä näin syntyvän virtapiirin aikavakio ja sähkövirran suurin arvo, kun a) iho on kuiva ja piirin resistanssi on 500 k Ω , b) iho on märkä ja piirin resistanssi on vain 1500 Ω .

2.43 Vastus on kytketty 4,5 V:n pariston napoihin. Vastuksen rinnalle on kytketty sarjaan kaksi kondensaattoria, joiden kapasitanssit ovat 0,20 μF ja 0,48 μF . Pariston sisäinen resistanssi on 2,2 Ω ja pariston kautta kulkeva virta 0,15 A.

- Piirrä kytkentäkaavio.
- Kuinka suuri on vastuksen resistanssi?
- Määritä kondensaattorien varaukset. (yo K 96)

Harjoitustehtävien vastauksia

Luku 1

- 1.2 a) $1,6 \cdot 10^{10}$
b) $1,4 \cdot 10^{10}$
- 1.3 a) 1,4 mN:n vetovoimat
b) 1,1 mN:n poistovoimat
- 1.4 520 μ N, $4,9^\circ$
- 1.5 a) 100 pN
- 1.6 1 ja 2
- 1.7 a) 8,2 kN/C
b) 36 μ N
- 1.8 150 N/C
- 1.9 4,8 kN/C *4,8 N/C*
- 1.10 0,89 mC/kg
- 1.11 2,7 kN/C
- 1.12 b) 72 kV/m
- 1.14 a) 77,9 nC
b) 156 nC
- 1.15 25 mN/C
- 1.17 a) $3,0 \cdot 10^{14}$ m/s²
b) 1) 1,7 mm; 2) 5,0 mm
- 1.18 46 mm
- 1.19 32 kV/m
- 1.20 a) 130 V
b) 110 V
c) 0
- 1.21 2 kV/m
- 1.22 $3,0 \cdot 10^7$ m/s
- 1.23 a) $1,6022 \cdot 10^{-19}$ J
b) 2,5 keV
- 1.24 a) 150 V
b) 150 nJ
- 1.25 a) 1,5 kN/C
b) 3,9 m/s
- 1.26 a) 20 μ N
b) 80 mm/s
- 1.27 120 V
- 1.30 680 kC
- 1.31 a) B
- 1.32 21 kV/m
- 1.35 67 cm
- 1.37 0,14 μ F, 6 kV
- 1.38 a) 90 μ C
b) 0,14 mC/m²
c) 3,2 MV/m
- 1.39 0,20 mm
- 1.40 a) 53 pF
b) 120 pF
c) 69 pF
- 1.41 9,4 nF
- 1.42 a) 10
b) 4

- 1.43 a) $\frac{1}{10}C$
b) 10C
- 1.44 a) 2,4 μ F
b) 750 V
- 1.45 a) 44 μ F
b) 10 V
c) 16 V
- 1.46 a) 1) 14 V; 2) 0
b) 20 V
c) 3,9 μ C
- 1.48 a) $E_c = \frac{Pt}{\eta}$
b) $C = \frac{2Pt}{\eta U^2}$
- 1.49 a) 2,7 pF
b) 42 %
- 1.50 a) Suurenee 860 μ J
b) Pienenee 96 μ J

Luku 2

- 2.1 a) 2 C
b) 25 kA/cm²
- 2.2 5,6 vuotta
- 2.3 a) 21 Ω
b) 130 Ω
- 2.4 0,74 V
- 2.5 2,9 mm
- 2.6 a) 5,0 V, 4,6 V/m
b) 2,3 m
- 2.7 48 $^\circ$ C
- 2.8 $4,1 \cdot 10^{-3}$ 1/ $^\circ$ C
- 2.10 500 A, 8,6 GJ
- 2.11 a) 900 Ω , 0,26 A
- 2.12 220 V
- 2.14 84 V, 1,5 A
- 2.15 14 A
- 2.16 a) 5 kV/m
b) 200 GW
c) 2,3 vuorokautta
- 2.17 a) B
b) A
- 2.18 a) 17
b) 110 kJ
- 2.19 290 m
- 2.20 7,4 A
- 2.21 7 mm
- 2.22 b) 0,24 Ω , 1,25 V
- 2.23 a) Ylempi kuvaaja on volframilangan ja
alempi hiililangan ominaiskäyrä.

2.24 3
2.25 a
b
2.26 2
2.27 3
2.28 2
2.29 1
2.30 1
2.31 1
2.32
2.33
2.34
2.35
2.36
2.37
2.38
2.39
2.40
2.41
2.42
2.43
Luk
3.1
3.2
3.3
3.4
3.5

- 2.24 3,9 k Ω
 2.25 a) 10 R
 b) $\frac{1}{10}R$
 2.26 20,7 m 15 μg
 2.27 30 kpl, 15 V
 2.28 240 Ω , 9,8 k Ω
 2.29 12 V
 2.30 77,4 μW ; 0,551 V, 0,920 V, 1,03 V; 17,1 μW ,
 28,5 μW , 31,9 μW
 2.31 a) 21 Ω
 b) 47 V
 2.32 b) 0,04 Ω
 c) 56 W
 2.33 a) tosi
 b) epätosi
 c) epätosi
 d) tosi
 2.34 a) $\frac{1}{4}$
 b) 1
 c) 4
 d) $\frac{1}{9}$
 2.35 c) 150 Ω
 2.36 64,90 Ω
 2.37 a) 45 W, 21 h
 b) 13 W, 78 h
 2.38 a) 6,00 V, Q korkeammassa potentiaalissa
 kuin P
 b) 1,71 A
 2.39 b) 0,330 A
 c) 2,03 W
 d) 1,73 W
 e) 27 mW, 55 mW
 2.40 4,8 Ω
 2.41 a) 7,7 s
 b) 3,0
 c) 43 nA
 d) 1,5 V, 530 nC
 2.42 a) 38 s, 0,13 mA
 b) 110 ms, 43 mA
 2.43 b) 28 Ω
 c) 0,59 μC
- Luku 3**
 3.1 60 %
 3.2 a) 24 μT , suunta paperista katsojaan päin
 b) 0,48 mN:n vetovoima
 3.3 36 cm
 3.4 a) 0,12 mT
 b) 0,56 mT
 3.5 P ja R: 0,69 μT , suunta alaspäin
 Q: 2,1 μT , suunta ylöspäin
- 3.6 0,17 mT
 3.7 a) 14 mN
 b) 10 mN
 3.8 29 mT
 3.9 16 mT, suunta alaspäin
 3.10 1,2 N, suunta ylöspäin
 3.11 Voiman komponentit ovat -44 mN, -44 mN
 ja 15 mN.
 3.12 33° itään
 3.13 5,8 μT , suunta paperista katsojaan päin
 3.14 a) 3,5 mT
 b) 7,0 mT
 c) 10 mT
 3.15 7,2 mT
 3.16 a) 2300 1/m
 b) 82 m
 3.17 $B(r) = \frac{\mu_0 I}{2\pi r}$, kun $a < r < b$
 $B(r) = 0$, kun $r > b$
 3.18 19 μT
 3.19 0,020 Nm
 3.20 0,26 V, 0,024 Am²
 3.21 37 mT
 3.22 62 μN , suunta ylöspäin
 3.24 $1,77 \cdot 10^{11}$ C/kg
 3.25 a) 0,839 mT
 b) 42,6 ns
 3.26 $1,1 \cdot 10^8$ 1/s, $1,8 \cdot 10^7$ r/s
 3.27 0,528 T
 3.28 0,54 T
 3.30 a) -0,0018 %
 b) 0,026 %
 c) 5600
 3.31 1,3 T
- Luku 4**
 4.1 Vastapäivään
 4.2 a) Oikealle
 b) Vasemmalle
 c) Vasemmalle
 d) Oikealle
 4.4 a) 0,45 Wb
 b) 0
 c) 0,41 Wb
 4.5 a) 4,1 mV, 92 μA
 b) 2,2 mV, 50 μA
 4.6 a) 3,8 mV
 b) 8,5 mV
 4.8 0,39 mV
 4.9 130...150 A, suunta Inkoosta Raumalle
 4.10 a) 0,4 V
 b) $3 \cdot 10^5$ m²
 4.13 2300 r/min
 4.14 a) 0,40 V