

# Usean muuttujan funktiot

Itä-Suomen yliopisto,  
verkkomateriaali



UNIVERSITY OF  
EASTERN FINLAND

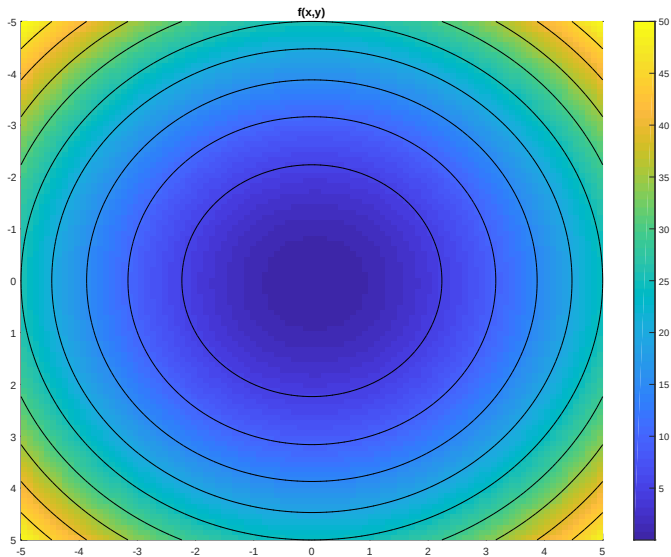
## Esimerkki

Funktio  $f$ ,  $f(x, y) = x^2 + y^2$  on kahden muuttujan funktio, jonka määrittelyjoukko on  $M_f = \mathbb{R}^2$  ja jonka kuvaaja on pinta  $z = x^2 + y^2$ .

## Esimerkki

Funktio  $f$ ,  $f(x, y) = x^2 + y^2$  on kahden muuttujan funktio, jonka määrittelyjoukko on  $M_f = \mathbb{R}^2$  ja jonka kuvaaja on pinta  $z = x^2 + y^2$ .

Funktion tasa-arvokäyrät ovat ympyröitä  $x^2 + y^2 = c$ , missä  $c \in \mathbb{R}$ . Funktion kuvaaja ja tasa-arvokäyriä on esitetty seuraavassa kuvassa.



## Huomautus

Kahden muuttujan funktion kuvaajaa avaruudessa  $\mathbb{R}^3$  voidaan hahmotella tasa-arvokäyrien avulla.

## Huomautus

Kahden muuttujan funktion kuvaajaa avaruudessa  $\mathbb{R}^3$  voidaan hahmotella tasa-arvokäyrien avulla.

Piirretään ensin  $k$  tasa-arvokäyrää  $f(x, y) = c_i$ ,  $i = 1, 2, \dots, k$  valituille funktion arvoille  $c_i$ .

## Huomautus

Kahden muuttujan funktion kuvaajaa avaruudessa  $\mathbb{R}^3$  voidaan hahmotella tasa-arvokäyrien avulla.

Piirretään ensin  $k$  tasa-arvokäyrää  $f(x, y) = c_i$ ,  $i = 1, 2, \dots, k$  valituille funktion arvoille  $c_i$ .

Siirretään sitten tasa-arvokäyrä  $f(x, y) = c_i$  korkeudelle  $z = c_i$ . Näin saadaan funktion kuvaajan ja tasojen  $z = c_i$  leikkauskäyrät.

## Huomautus

Kahden muuttujan funktion kuvaajaa avaruudessa  $\mathbb{R}^3$  voidaan hahmotella tasa-arvokäyrien avulla.

Piirretään ensin  $k$  tasa-arvokäyrää  $f(x, y) = c_i$ ,  $i = 1, 2, \dots, k$  valituille funktion arvoille  $c_i$ .

Siirretään sitten tasa-arvokäyrä  $f(x, y) = c_i$  korkeudelle  $z = c_i$ . Näin saadaan funktion kuvaajan ja tasojen  $z = c_i$  leikkauskäyrät.

Näiden leikkauskäyrien avulla voidaan hahmotella funktion kuvaaja.



**Positiivisen varauksen tuottama sähkökenttä sekä tasapotentiaalipintoja.**

