

Usean muuttujan funktiot

Itä-Suomen yliopisto,
verkkomateriaali



UNIVERSITY OF
EASTERN FINLAND

Kun lasketaan osittaisderivaatta, niin “ muita muuttujia pidetään vakiona”.

Kun lasketaan osittaisderivaatta, niin “muuta muuttujia pidetään vakiona”.

Määritelmä

Olkoon $f : \mathbb{R}^2 \rightarrow \mathbb{R}$ kahden muuttujan funktio. Tällöin funktion f **osittaisderivaatta** muuttujan x suhteen on

Kun lasketaan osittaisderivaatta, niin “muita muuttujia pidetään vakiona”.

Määritelmä

Olkoon $f : \mathbb{R}^2 \rightarrow \mathbb{R}$ kahden muuttujan funktio. Tällöin funktion f **osittaisderivaatta** muuttujan x suhteen on

$$f_x(x, y) = \lim_{h \rightarrow 0} \frac{f(x + h, y) - f(x, y)}{h},$$

Kun lasketaan osittaisderivaatta, niin “ muita muuttujia pidetään vakiona”.

Määritelmä

Olkoon $f : \mathbb{R}^2 \rightarrow \mathbb{R}$ kahden muuttujan funktio. Tällöin funktion f **osittaisderivaatta** muuttujan x suhteen on

$$f_x(x, y) = \lim_{h \rightarrow 0} \frac{f(x + h, y) - f(x, y)}{h},$$

mikäli kyseinen raja-arvo on olemassa.

Huomautus

Funktion osittaisderivaatalle käytetään merkintöjä

$$f_x, \quad D_1 f, \quad D_x f, \quad \partial_x f, \quad \frac{\partial}{\partial x} f.$$

Kun lasketaan osittaisderivaatta, niin “ muita muuttujia pidetään vakiona”.

Määritelmä

Olkoon $f : \mathbb{R}^2 \rightarrow \mathbb{R}$ kahden muuttujan funktio. Tällöin funktion f **osittaisderivaatta** muuttujan x suhteen on

$$f_x(x, y) = \lim_{h \rightarrow 0} \frac{f(x + h, y) - f(x, y)}{h},$$

mikäli kyseinen raja-arvo on olemassa.

Huomautus

Funktion osittaisderivaatalle käytetään merkintöjä

$$f_x, \quad D_1 f, \quad D_x f, \quad \partial_x f, \quad \frac{\partial}{\partial x} f.$$

Kirjain ∂ on tyylitelty “d” ja lausutaan yleensä “doo”. Vastaavasti integraali-

Kun lasketaan osittaisderivaatta, niin “ muita muuttujia pidetään vakiona”.

Määritelmä

Olkoon $f : \mathbb{R}^2 \rightarrow \mathbb{R}$ kahden muuttujan funktio. Tällöin funktion f **osittaisderivaatta** muuttujan x suhteen on

$$f_x(x, y) = \lim_{h \rightarrow 0} \frac{f(x + h, y) - f(x, y)}{h},$$

mikäli kyseinen raja-arvo on olemassa.

Huomautus

Funktion osittaisderivaatalle käytetään merkintöjä

$$f_x, \quad D_1 f, \quad D_x f, \quad \partial_x f, \quad \frac{\partial}{\partial x} f.$$

Kirjain ∂ on tyylitelty “d” ja lausutaan yleensä “doo”. Vastaavasti integraali-merkki $\int$ on tyylitelty “S” ja (viittaa pienten viipaleiden summaamiseen).

Esimerkki

Olkoon

$$f(x, y) = x^3 + x^2y^3.$$

Esimerkki

Olkoon

$$f(x, y) = x^3 + x^2y^3.$$

Nyt

$$f_x(x, y) = 3x^2 + 2xy^3.$$

Esimerkki

Olkoon

$$f(x, y) = x^3 + x^2y^3.$$

Nyt

$$f_x(x, y) = 3x^2 + 2xy^3.$$

ja

$$f_y(x, y) = 0 + 3x^2y^2 = 3x^2y^2.$$

Esimerkki

Olkoon

$$f(x, y) = \sin(x) \cos(y).$$

Esimerkki

Olkoon

$$f(x, y) = \sin(x) \cos(y).$$

Nyt

$$f_x(x, y) = \cos(x) \cos(y)$$

Esimerkki

Olkoon

$$f(x, y) = \sin(x) \cos(y).$$

Nyt

$$f_x(x, y) = \cos(x) \cos(y)$$

ja

$$f_y(x, y) = \sin(x)(-\sin(y)) = -\sin(x) \sin(y).$$

Esimerkki

Olkoon

$$f(x, y) = \sin(xy^2).$$

Esimerkki

Olkoon

$$f(x, y) = \sin(xy^2).$$

Nyt

$$f_x(x, y) = y^2 \cos(xy^2)$$

Esimerkki

Olkoon

$$f(x, y) = \sin(xy^2).$$

Nyt

$$f_x(x, y) = y^2 \cos(xy^2)$$

ja

$$f_y(x, y) = 2xy \cos(xy^2).$$

Esimerkki

Olkoon

$$f(x, y) = x^y, \quad x, y \in (0, \infty).$$

Esimerkki

Olkoon

$$f(x, y) = x^y, \quad x, y \in (0, \infty).$$

Muistetaan kaava $(x^r)' = rx^{r-1}$, joten

Esimerkki

Olkoon

$$f(x, y) = x^y, \quad x, y \in (0, \infty).$$

Muistetaan kaava $(x^r)' = rx^{r-1}$, joten

$$f_x(x, y) = yx^{y-1}.$$

Esimerkki

Olkoon

$$f(x, y) = x^y, \quad x, y \in (0, \infty).$$

Muistetaan kaava $(x^r)' = rx^{r-1}$, joten

$$f_x(x, y) = yx^{y-1}.$$

Muistetaan kaava $(a^x)' = a^x \ln(a)$, joten

Esimerkki

Olkoon

$$f(x, y) = x^y, \quad x, y \in (0, \infty).$$

Muistetaan kaava $(x^r)' = rx^{r-1}$, joten

$$f_x(x, y) = yx^{y-1}.$$

Muistetaan kaava $(a^x)' = a^x \ln(a)$, joten

$$f_y(x, y) = x^y \ln(x).$$