

Usean muuttujan funktiot

Itä-Suomen yliopisto,
verkkomateriaali



UNIVERSITY OF
EASTERN FINLAND

Kun lasketaan osittaisderivaatta, niin “muuta muuttujia pidetään vakiona”.

Kun lasketaan osittaisderivaatta, niin “muuta muuttujia pidetään vakiona”.

Määritelmä

Olkoon $f : \mathbb{R}^3 \rightarrow \mathbb{R}$ kolmen muuttujan funktio. Tällöin funktion f **osittaisderivaatta** muuttujan x suhteen on

Kun lasketaan osittaisderivaatta, niin “ muita muuttujia pidetään vakiona”.

Määritelmä

Olkoon $f : \mathbb{R}^3 \rightarrow \mathbb{R}$ kolmen muuttujan funktio. Tällöin funktion f **osittaisderivaatta** muuttujan x suhteen on

$$f_x(x, y, z) = \lim_{h \rightarrow 0} \frac{f(x + h, y, z) - f(x, y, z)}{h},$$

mikäli kyseinen raja-arvo on olemassa.

Kun lasketaan osittaisderivaatta, niin “ muita muuttujia pidetään vakiona”.

Määritelmä

Olkoon $f : \mathbb{R}^3 \rightarrow \mathbb{R}$ kolmen muuttujan funktio. Tällöin funktion f **osittaisderivaatta** muuttujan x suhteen on

$$f_x(x, y, z) = \lim_{h \rightarrow 0} \frac{f(x + h, y, z) - f(x, y, z)}{h},$$

mikäli kyseinen raja-arvo on olemassa.

Huomautus

Funktion osittaisderivaatalle käytetään merkintöjä

$$f_x, \quad D_1 f, \quad D_x f, \quad \partial_x f, \quad \frac{\partial}{\partial x} f.$$

Kun lasketaan osittaisderivaatta, niin “ muita muuttujia pidetään vakiona”.

Määritelmä

Olkoon $f : \mathbb{R}^3 \rightarrow \mathbb{R}$ kolmen muuttujan funktio. Tällöin funktion f **osittaisderivaatta** muuttujan x suhteen on

$$f_x(x, y, z) = \lim_{h \rightarrow 0} \frac{f(x + h, y, z) - f(x, y, z)}{h},$$

mikäli kyseinen raja-arvo on olemassa.

Huomautus

Funktion osittaisderivaatalle käytetään merkintöjä

$$f_x, \quad D_1 f, \quad D_x f, \quad \partial_x f, \quad \frac{\partial}{\partial x} f.$$

Kirjain ∂ on tyylitelty “d” ja lausutaan yleensä “doo”. Vastaavasti integraali-

Kun lasketaan osittaisderivaatta, niin “ muita muuttujia pidetään vakiona”.

Määritelmä

Olkoon $f : \mathbb{R}^3 \rightarrow \mathbb{R}$ kolmen muuttujan funktio. Tällöin funktion f **osittaisderivaatta** muuttujan x suhteen on

$$f_x(x, y, z) = \lim_{h \rightarrow 0} \frac{f(x + h, y, z) - f(x, y, z)}{h},$$

mikäli kyseinen raja-arvo on olemassa.

Huomautus

Funktion osittaisderivaatalle käytetään merkintöjä

$$f_x, \quad D_1 f, \quad D_x f, \quad \partial_x f, \quad \frac{\partial}{\partial x} f.$$

Kirjain ∂ on tyylitelty “d” ja lausutaan yleensä “doo”. Vastaavasti integraali-merkki $\int$ on tyylitelty “S” ja (viittaa pienten viipaleiden summaamiseen).

Esimerkki

Olkoon

$$f(x, y, z) = x^2 y z^3.$$

Esimerkki

Olkoon

$$f(x, y, z) = x^2 y z^3.$$

Nyt

$$f_x(x, y, z) = 2xyz^3$$

Esimerkki

Olkoon

$$f(x, y, z) = x^2 y z^3.$$

Nyt

$$f_x(x, y, z) = 2xyz^3$$

ja

$$f_y(x, y, z) = x^2 z^3$$

Esimerkki

Olkoon

$$f(x, y, z) = x^2 y z^3.$$

Nyt

$$f_x(x, y, z) = 2xyz^3$$

ja

$$f_y(x, y, z) = x^2 z^3$$

ja

$$f_z(x, y, z) = 3x^2 y z^2.$$

Esimerkki

Olkoon

$$f(x, y) = x^3z + x^2y^3 + yz.$$

Esimerkki

Olkoon

$$f(x, y) = x^3z + x^2y^3 + yz.$$

Nyt

$$f_x(x, y, z) = 3x^2z + 2xy^3 + 0$$

Esimerkki

Olkoon

$$f(x, y, z) = x^3z + x^2y^3 + yz.$$

Nyt

$$f_x(x, y, z) = 3x^2z + 2xy^3 + 0$$

ja

$$f_y(x, y, z) = 0 + 3x^2y^2 + z$$

Esimerkki

Olkoon

$$f(x, y, z) = x^3z + x^2y^3 + yz.$$

Nyt

$$f_x(x, y, z) = 3x^2z + 2xy^3 + 0$$

ja

$$f_y(x, y, z) = 0 + 3x^2y^2 + z$$

ja

$$f_z(x, y, z) = x^3 + y.$$

Esimerkki

Olkoon

$$f(x, y, z) = \sin(x) \cos(y) e^{z^3}.$$

Esimerkki

Olkoon

$$f(x, y, z) = \sin(x) \cos(y) e^{z^3}.$$

Nyt

$$f_x(x, y, z) = \cos(x) \cos(y) e^{z^3}$$

Esimerkki

Olkoon

$$f(x, y, z) = \sin(x) \cos(y) e^{z^3}.$$

Nyt

$$f_x(x, y, z) = \cos(x) \cos(y) e^{z^3}$$

ja

$$f_y(x, y, z) = -\sin(x) \sin(y) e^{z^3}$$

Esimerkki

Olkoon

$$f(x, y, z) = \sin(x) \cos(y) e^{z^3}.$$

Nyt

$$f_x(x, y, z) = \cos(x) \cos(y) e^{z^3}$$

ja

$$f_y(x, y, z) = -\sin(x) \sin(y) e^{z^3}$$

ja

$$f_z(x, y, z) = 3z^2 \sin(x) \cos(y) e^{z^3}.$$

Esimerkki

Olkoon

$$f(x, y, z) = \sin(xy^2/z).$$

Esimerkki

Olkoon

$$f(x, y, z) = \sin(xy^2/z).$$

Nyt

$$f_x(x, y, z) = \frac{y^2}{z} \cos(xy^2/z)/z$$

Esimerkki

Olkoon

$$f(x, y, z) = \sin(xy^2/z).$$

Nyt

$$f_x(x, y, z) = \frac{y^2}{z} \cos(xy^2/z)/z$$

ja

$$f_y(x, y, z) = \frac{2xy}{z} \cos(xy^2/z)$$

Esimerkki

Olkoon

$$f(x, y, z) = \sin(xy^2/z).$$

Nyt

$$f_x(x, y, z) = \frac{y^2}{z} \cos(xy^2/z)/z$$

ja

$$f_y(x, y, z) = \frac{2xy}{z} \cos(xy^2/z)$$

ja

$$f_z(x, y, z) = -\frac{xy^2}{z^2} \cos(xy^2/z).$$

Esimerkki

Olkoon

$$f(x, y, z) = x^{y^z}, \quad x, y \in (0, \infty).$$

Esimerkki

Olkoon

$$f(x, y, z) = x^{y^z}, \quad x, y \in (0, \infty).$$

Muistetaan kaava $(x^r)' = rx^{r-1}$, joten

Esimerkki

Olkoon

$$f(x, y, z) = x^{y^z}, \quad x, y \in (0, \infty).$$

Muistetaan kaava $(x^r)' = rx^{r-1}$, joten

$$f_x(x, y, z) = y^z x^{y^z-1}.$$

Esimerkki

Olkoon

$$f(x, y, z) = x^{y^z}, \quad x, y \in (0, \infty).$$

Muistetaan kaava $(x^r)' = rx^{r-1}$, joten

$$f_x(x, y, z) = y^z x^{y^z-1}.$$

Muistetaan kaava $(a^x)' = a^x \ln(a)$, joten

Esimerkki

Olkoon

$$f(x, y, z) = x^{y^z}, \quad x, y \in (0, \infty).$$

Muistetaan kaava $(x^r)' = rx^{r-1}$, joten

$$f_x(x, y, z) = y^z x^{y^z-1}.$$

Muistetaan kaava $(a^x)' = a^x \ln(a)$, joten

$$f_y(x, y, z) = x^{y^z} \ln(x) \cdot zy^{z-1}.$$

Esimerkki

Olkoon

$$f(x, y, z) = x^{y^z}, \quad x, y \in (0, \infty).$$

Muistetaan kaava $(x^r)' = rx^{r-1}$, joten

$$f_x(x, y, z) = y^z x^{y^z-1}.$$

Muistetaan kaava $(a^x)' = a^x \ln(a)$, joten

$$f_y(x, y, z) = x^{y^z} \ln(x) \cdot zy^{z-1}.$$

Edelleen

$$f_z(x, y, z) = x^{y^z} \ln(x) \cdot y^z \ln(y).$$