

Vektorilaskenta

Itä-Suomen yliopisto,
verkkomateriaali



UNIVERSITY OF
EASTERN FINLAND

Skalaarit ovat asioita, jotka voidaan ilmaista yhden luvun avulla, kertomalla asian suuruus.

Skalaarit ovat asioita, jotka voidaan ilmaista yhden luvun avulla, kertomalla asian **suuruus**.

Fysiikassa skalaarisuureita ovat esimerkiksi massa, pituus, aika ja lämpötila.

Skalaarit ovat asioita, jotka voidaan ilmaista yhden luvun avulla, kertomalla asian **suuruus**.

Fysiikassa skalaarisuureita ovat esimerkiksi massa, pituus, aika ja lämpötila.

Vektorit ovat asioita, jotka voidaan ilmaista kertomalla **suuruus** ja **suunta**.

Skalaarit ovat asioita, jotka voidaan ilmaista yhden luvun avulla, kertomalla asian **suuruus**.

Fysiikassa skalaarisuureita ovat esimerkiksi massa, pituus, aika ja lämpötila.

Vektorit ovat asioita, jotka voidaan ilmaista kertomalla **suuruus** ja **suunta**.

Fysiikassa vektorisuureita ovat esimerkiksi nopeus, kiihtyvyys, voima ja momentti.

Skalaarit ovat asioita, jotka voidaan ilmaista yhden luvun avulla, kertomalla asian **suuruus**.

Fysiikassa skalaarisuureita ovat esimerkiksi massa, pituus, aika ja lämpötila.

Vektorit ovat asioita, jotka voidaan ilmaista kertomalla **suuruus** ja **suunta**.

Fysiikassa vektorisuureita ovat esimerkiksi nopeus, kiihtyvyys, voima ja momentti.

Esimerkki 5.1

Auto ajaa tiellä. Auton **nopeus** on “80 km/h itään”. Auton **vauhti** (nopeuden suuruus välittämättä suunnasta) on “80 km/h”.

Tason $\mathbb{R}^2$ jokaiseen pisteeseen (x, y) voidaan liittää **paikkavektori** $\mathbf{v}$, jolla on suunta ja pituus. Graafisesti tämä tarkoittaa **suunnattua janaa**, joka alkaa origosta ja päättyy pisteeseen (x, y) .

Kuva tähän.

Vektorin **pituus**, jota merkitään $|\mathbf{v}|$, on kyseisen janan pituus eli

$$|\mathbf{v}| = \sqrt{x^2 + y^2}.$$

Joskus vektori $\mathbf{v}$ ja piste (x, y) samaistetaan ja merkitään

$$\mathbf{v} = (x, y) = \begin{pmatrix} x \\ y \end{pmatrix}.$$

Vastaavasti avaruuden $\mathbb{R}^3$ jokaiseen pisteeseen (x, y, z) voidaan liittää paikkavektori $\mathbf{v}$, jonka pituus on

$$|\mathbf{v}| = \sqrt{x^2 + y^2}.$$

Vektoria $\mathbf{v}$ voidaan merkitä

$$\mathbf{v} = (x, y, z) = \begin{pmatrix} x \\ y \\ z \end{pmatrix}.$$

Kuva tähän.

Määritelmä 5.2

Olkoon $P = (x, y, z)$ piste avaruudessa $\mathbb{R}^3$. Luvut x , y ja z ovat pisteen P **koordinaatteja**.

Olkoon vektori $\mathbf{v} = (x, y, z)$ pisteen P paikkavektori. Luvut x , y ja z ovat vektorin $\mathbf{v}$ **komponentteja**.

Olkoon vektori $\mathbf{u} = (a, b, c)$. Vektorit $\mathbf{u}$ ja $\mathbf{v}$ ovat samat, merkitään $\mathbf{u} = \mathbf{v}$, jos niiden komponentit ovat samat eli $a = x$, $b = y$ ja $c = z$. Jos vektorit $\mathbf{u}$ ja $\mathbf{v}$ eivät ole samat, niin merkitään $\mathbf{u} \neq \mathbf{v}$.

Kuva komponenteista tähän.

Huomautus 5.3

Vektori on määrätty, kun tiedetään vektorin pituus ja suunta. Vektorin alkupisteellä ei ole merkitystä.

Huomautus 5.3

Vektori on määrätty, kun tiedetään vektorin pituus ja suunta. Vektorin alkupisteellä ei ole merkitystä. Monet suunnatut janat vastaavat samaa vektoria.

Jos $P = (x_1, y_1)$ ja $Q = (x_2, y_2)$ ovat tason pisteitä, niin suunnatun janan $\overrightarrow{PQ}$ alkupiste on P ja loppupiste on Q . Tällöin puhutaan myös tason vektorista $\mathbf{v}$. Jos $\mathbf{v}$ siirretään alkamaan origosta, saadaan vektori, jonka komponentit ovat $x_2 - x_1$ ja $y_2 - y_1$.

Kuva tasosta tähän.

Vastaavasti avaruudessa $\mathbb{R}^3$ suunnattu jana $\overrightarrow{PQ}$ pisteestä $P = (x_1, y_1, z_1)$ pisteeseen $Q = (x_2, y_2, z_2)$ voidaan esittää vektorina $\mathbf{v}$ origosta pisteeseen $(x_2 - x_1, y_2 - y_1, z_2 - z_1)$ eli vektorin $\mathbf{v}$ komponentit ovat $x_2 - x_1$, $y_2 - y_1$ ja $z_2 - z_1$.

Kuva avaruudesta tähän.