

Vektorilaskenta

Itä-Suomen yliopisto,
verkkomateriaali



UNIVERSITY OF
EASTERN FINLAND

	piste $q = (q_1, q_2, q_3)$	suora $q_0 + s\mathbf{v}$	taso $ax + by + cz = d$
piste $p = (p_1, p_2, p_3)$	$ p - q $		$\frac{ d - (ap_1 + bp_2 + cp_3) }{a^2 + b^2 + c^2}$
suora $p_0 + t\mathbf{u}$			
taso $ax + by + cz = e$			$\frac{ d - e }{a^2 + b^2 + c^2}$

Vektorimuotoinen parametriesitys

$$(x_0, y_0, z_0) + t(a, b, c)$$

tuottaa poimimalla komponentit koordinaattimuotoisen parametriesityksen

$$\begin{cases} x &= x_0 + ta \\ y &= y_0 + tb \\ z &= z_0 + tc, \end{cases}$$

josta saadaan ratkaisemalla t joka yhtälöstä normaalimuoto

$$\frac{x - x_0}{a} = \frac{y - y_0}{b} = \frac{z - z_0}{c},$$

paitsi, jos esimerkiksi $a = 0$, jolloin saadaan

$$x = x_0 \quad \wedge \quad \frac{y - y_0}{b} = \frac{z - z_0}{c}.$$

Toiseen suuntaan eteneminen on yhtä helppoa.

$\curvearrowright$	p, q, r	p, u, v	p, n	$ax + by + cz = d$
p, q, r		$\begin{cases} \mathbf{u} = q - p \\ \mathbf{v} = r - p \end{cases}$	$\mathbf{n} = (q - p) \times (r - p)$	$\begin{vmatrix} x & y & z \\ q - p & r - p & 0 \\ r - p & 0 & q - p \end{vmatrix} = \begin{vmatrix} p \\ q - p \\ r - p \end{vmatrix}$
p, u, v	$\begin{cases} q = p + u \\ r = p + v \end{cases}$		$\mathbf{n} = \mathbf{u} \times \mathbf{v}$	$\begin{vmatrix} x & y & z \\ p & u & v \\ u & v & 0 \end{vmatrix} = \begin{vmatrix} p \\ u \\ v \end{vmatrix}$
p, n	kaava?	kaava?		$((x, y, z) - p) \cdot \mathbf{n} = 0$
$ax + by + cz = d$	kaava?	kaava?	$\mathbf{n} = (a, b, c)$ $p = \left(\frac{ad}{T}, \frac{bd}{T}, \frac{cd}{T} \right),$ $T = a^2 + b^2 + c^2$	