

Vektorilaskenta

Itä-Suomen yliopisto,
verkkomateriaali

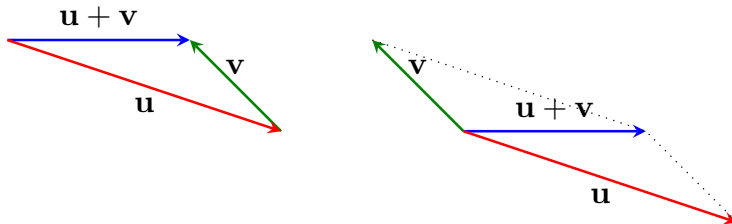


UNIVERSITY OF
EASTERN FINLAND

Määritelmä

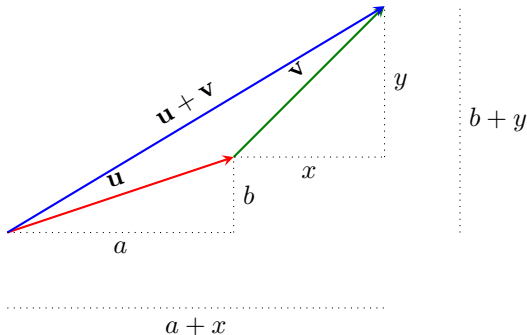
Kaksi tason $\mathbb{R}^2$ tai avaruuden $\mathbb{R}^3$ vektoria $\mathbf{u}$ ja $\mathbf{v}$ lasketaan yhteen siten, että vektorit laitetaan peräkkäin ja summavektori $\mathbf{u} + \mathbf{v}$ on ensimmäisen vektorin alkupisteestä toisen vektorin loppupisteeseen.

Jos vektorit eivät ole yhdensuuntaisia, niin vektoreita vastaavat suunnatut janat voidaan asettaa alkamaan samasta pisteestä. Tällöin summavektoria $\mathbf{u} + \mathbf{v}$ kuvaa se suunnikkaan lävistäjä, joka myös alkaa samasta pisteestä.



Huomautus

Olkoot vektorin $\mathbf{u}$ komponentit a ja b sekä vektorin $\mathbf{v}$ komponentit x ja y . Tällöin summavektorin $\mathbf{u} + \mathbf{v}$ komponentit ovat $a + x$ ja $b + y$.



$$(a, b) + (x, y) = (a + x, b + y)$$

Huomautus

Olkoot vektorin $\mathbf{u}$ komponentit a ja b sekä vektorin $\mathbf{v}$ komponentit x ja y . Tällöin summavektorin $\mathbf{u} + \mathbf{v}$ komponentit ovat $a + x$ ja $b + y$.

Huomautus

Olkooot vektorin $\mathbf{u}$ komponentit a ja b sekä vektorin $\mathbf{v}$ komponentit x ja y . Tällöin summavektorin $\mathbf{u} + \mathbf{v}$ komponentit ovat $a + x$ ja $b + y$.

Esimerkki

Olkoon $\mathbf{u} = (3, 4)$ ja $\mathbf{v} = (7, 8)$. Tällöin $\mathbf{u} + \mathbf{v} = (3 + 7, 4 + 8) = (10, 12)$.

Huomautus

Olkooot vektorin $\mathbf{u}$ komponentit a ja b sekä vektorin $\mathbf{v}$ komponentit x ja y . Tällöin summavektorin $\mathbf{u} + \mathbf{v}$ komponentit ovat $a + x$ ja $b + y$.

Esimerkki

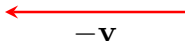
Olkoon $\mathbf{u} = (3, 4)$ ja $\mathbf{v} = (7, 8)$. Tällöin $\mathbf{u} + \mathbf{v} = (3 + 7, 4 + 8) = (10, 12)$.

Esimerkki

Olkoon $\mathbf{u} = (3, 4)$ ja $\mathbf{v} = (-5, 0)$. Tällöin $\mathbf{u} + \mathbf{v} = (3 + (-5), 4 + 0) = (-2, 4)$.

Määritelmä

Vektorin $\mathbf{u}$ **vastavektori** $-\mathbf{u}$ on se vektori, jonka pituus on $|\mathbf{u}|$ ja jonka suunta on vektorin $\mathbf{u}$ suunnalle päinvastainen. Siis $-\mathbf{u} = (-1) \cdot \mathbf{u}$.



Määritelmä

Vektorin $\mathbf{u}$ **vastavektori** $-\mathbf{u}$ on se vektori, jonka pituus on $|\mathbf{u}|$ ja jonka suunta on vektorin $\mathbf{u}$ suunnalle päinvastainen. Siis $-\mathbf{u} = (-1) \cdot \mathbf{u}$.

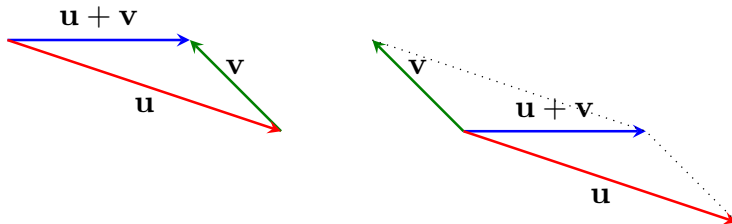
Esimerkki

Vektorin $\mathbf{u} = (3, 4)$ vastavektori on $-\mathbf{v} = (-1) \cdot (3, 4) = (-3, -4)$.

Määritelmä

Kaksi tason $\mathbb{R}^2$ tai avaruuden $\mathbb{R}^3$ vektoria $\mathbf{u}$ ja $\mathbf{v}$ lasketaan yhteen siten, että vektorit laitetaan peräkkäin ja summavektori $\mathbf{u} + \mathbf{v}$ on ensimmäisen vektorin alkupisteestä toisen vektorin loppupisteeseen.

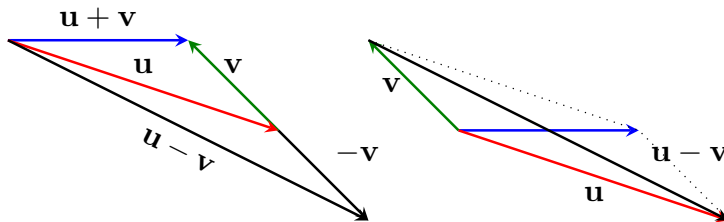
Jos vektorit eivät ole yhdensuuntaisia, niin vektoreita vastaavat suunnatut janat voidaan asettaa alkamaan samasta pisteestä. Tällöin summavektoria $\mathbf{u} + \mathbf{v}$ kuvaa se suunnikkaan lävistäjä, joka myös alkaa samasta pisteestä.

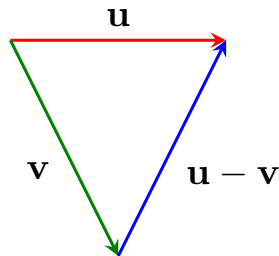
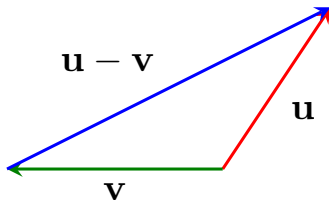


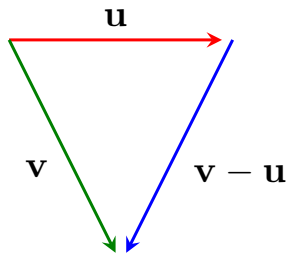
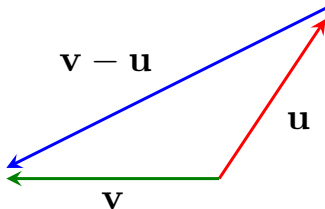
Määritelmä

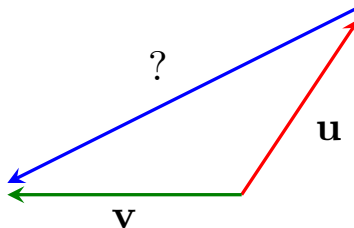
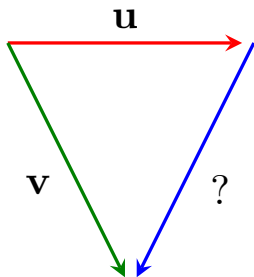
Vektoriin $\mathbf{u}$ ja $\mathbf{v}$ erotus $\mathbf{u} - \mathbf{v} = \mathbf{u} + (-\mathbf{v})$ lasketaan siten, että vektoriin $\mathbf{u}$ lisätään vastavektori $-\mathbf{v}$.

Jos vektorit eivät ole yhdensuuntaisia, niin vektoreita vastaavat suunnatut janat voidaan asettaa alkamaan samasta pisteestä. Tällöin erotusvektori $\mathbf{u} - \mathbf{v}$ kuvaa se suunnikkaan lävistäjä, joka on vektorien $\mathbf{u}$ ja $\mathbf{v}$ kärkien välillä. Erotusvektorin suunta pitää päätellä erikseen. (Itse asiassa vektori kulkee $\mathbf{v}$:n kärjestä $\mathbf{u}$:n kärkeen.)









Huomautus

Olkoot vektorin $\mathbf{u}$ komponentit a ja b sekä vektorin $\mathbf{v}$ komponentit x ja y . Tällöin erotusvektorin $\mathbf{u} - \mathbf{v}$ komponentit ovat $a - x$ ja $b - y$.

Huomautus

Olkoot vektorin $\mathbf{u}$ komponentit a ja b sekä vektorin $\mathbf{v}$ komponentit x ja y . Tällöin erotusvektorin $\mathbf{u} - \mathbf{v}$ komponentit ovat $a - x$ ja $b - y$.

Esimerkki

Olkoon $\mathbf{u} = (3, 4)$ ja $\mathbf{v} = (7, 8)$. Tällöin $\mathbf{u} - \mathbf{v} = (3 - 7, 4 - 8) = (-4, -4)$.

Huomautus

Olkooot vektorin $\mathbf{u}$ komponentit a ja b sekä vektorin $\mathbf{v}$ komponentit x ja y . Tällöin erotusvektorin $\mathbf{u} - \mathbf{v}$ komponentit ovat $a - x$ ja $b - y$.

Esimerkki

Olkoon $\mathbf{u} = (3, 4)$ ja $\mathbf{v} = (7, 8)$. Tällöin $\mathbf{u} - \mathbf{v} = (3 - 7, 4 - 8) = (-4, -4)$.

Esimerkki

Olkoon $\mathbf{u} = (3, 4)$ ja $\mathbf{v} = (-5, 0)$. Tällöin $\mathbf{u} - \mathbf{v} = (3 - (-5), 4 - 0) = (7, 4)$.