

Vektorilaskenta

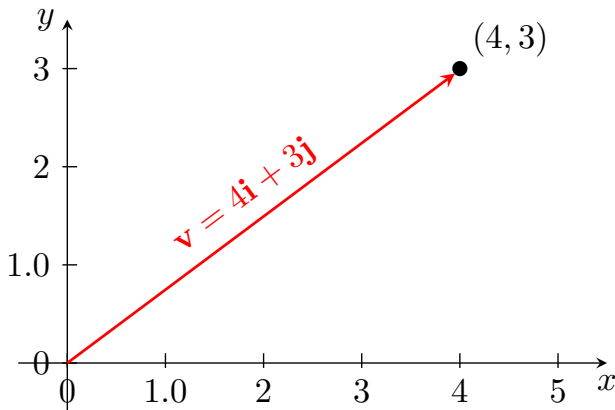
Itä-Suomen yliopisto,
verkkomateriaali



UNIVERSITY OF
EASTERN FINLAND

Tason $\mathbb{R}^2$ jokaiseen pisteeseen (x, y) voidaan liittää **paikkavektori** $\mathbf{v}$, jolla on suunta ja pituus. Graafisesti tämä tarkoittaa **suunnattua janaa**, joka alkaa origosta ja päättyy pisteeseen (x, y) .

Tason $\mathbb{R}^2$ jokaiseen pisteeseen (x, y) voidaan liittää **paikkavektori** $\mathbf{v}$, jolla on suunta ja pituus. Graafisesti tämä tarkoittaa **suunnattua janaa**, joka alkaa origosta ja päättyy pisteeseen (x, y) .

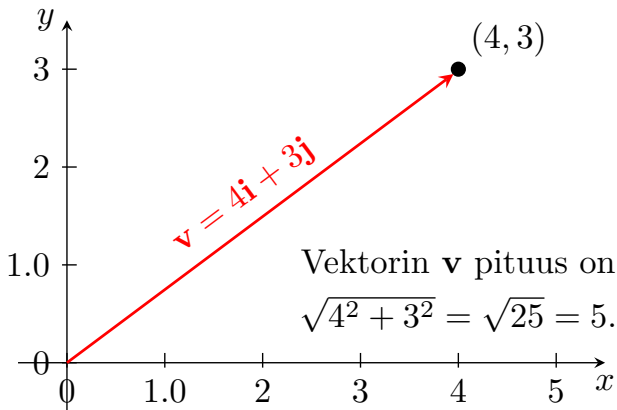


Vektorin **pituus**, jota merkitään $|\mathbf{v}|$, on vektoria esittävän janan pituus eli

$$|\mathbf{v}| = \sqrt{x^2 + y^2}.$$

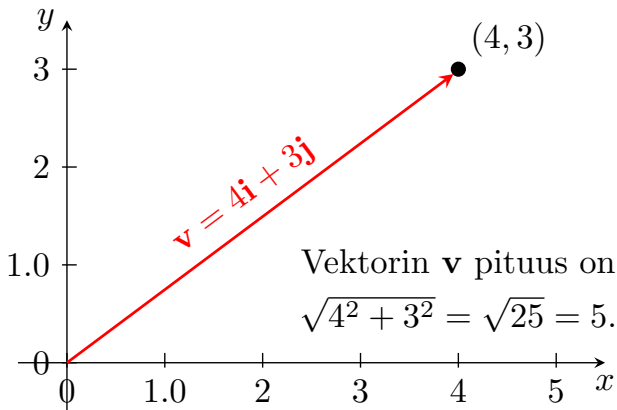
Vektorin **pituus**, jota merkitään $|\mathbf{v}|$, on vektoria esittävän janan pituus eli

$$|\mathbf{v}| = \sqrt{x^2 + y^2}.$$



Vektorin **pituus**, jota merkitään $|\mathbf{v}|$, on vektoria esittävän janan pituus eli

$$|\mathbf{v}| = \sqrt{x^2 + y^2}.$$



Tason $\mathbb{R}^2$ jokaiseen pisteeseen (x, y) voidaan liittää **paikkavektori** $\mathbf{v}$, jolla on suunta ja pituus. Graafisesti tämä tarkoittaa **suunnattua janaa**, joka alkaa origosta ja päättyy pisteeseen (x, y) .

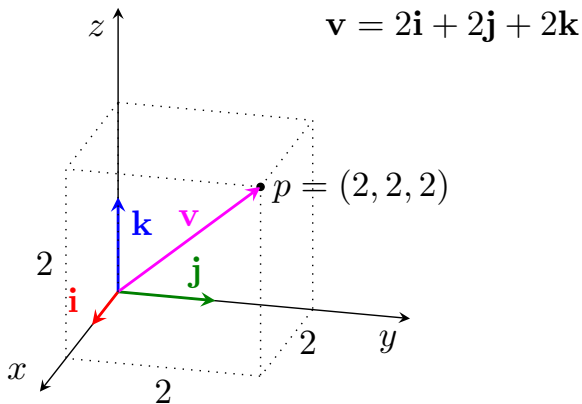
Vektorin **pituus**, jota merkitään $|\mathbf{v}|$, on vektoria esittävän janan pituus eli

$$|\mathbf{v}| = \sqrt{x^2 + y^2}.$$

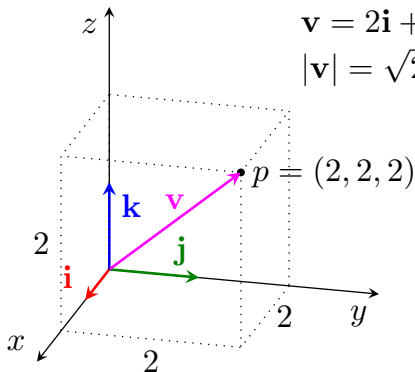
Joskus vektori $\mathbf{v}$ ja piste (x, y) samaistetaan ja merkitään

$$\mathbf{v} = (x, y) = \begin{pmatrix} x \\ y \end{pmatrix}.$$

Vastaavasti avaruuden $\mathbb{R}^3$ jokaiseen pisteeseen (x, y, z) voidaan liittää paikkavektori $\mathbf{v}$.



Vastaavasti avaruuden $\mathbb{R}^3$ jokaiseen pisteeseen (x, y, z) voidaan liittää paikkavektori $\mathbf{v}$.



$$\mathbf{v} = 2\mathbf{i} + 2\mathbf{j} + 2\mathbf{k}$$

$$|\mathbf{v}| = \sqrt{2^2 + 2^2 + 2^2} = \sqrt{8} = 2\sqrt{2}$$

Vastaavasti avaruuden $\mathbb{R}^3$ jokaiseen pisteeseen (x, y, z) voidaan liittää **paikkavektori** $\mathbf{v}$.

Vektorin $\mathbf{v}$ pituus, $|\mathbf{v}|$ on

$$|\mathbf{v}| = \sqrt{x^2 + y^2 + z^2}.$$

Vastaavasti avaruuden $\mathbb{R}^3$ jokaiseen pisteeseen (x, y, z) voidaan liittää **paikkavektori** $\mathbf{v}$.

Vektorin $\mathbf{v}$ pituus, $|\mathbf{v}|$ on

$$|\mathbf{v}| = \sqrt{x^2 + y^2 + z^2}.$$

Vektoria $\mathbf{v}$ voidaan merkitä

$$\mathbf{v} = (x, y, z) = \begin{pmatrix} x \\ y \\ z \end{pmatrix}.$$

Määritelmä

Olkoon $P = (x, y, z)$ piste avaruudessa $\mathbb{R}^3$. Luvut x , y ja z ovat pisteen P koordinaatteja.

Määritelmä

Olkoon $P = (x, y, z)$ piste avaruudessa $\mathbb{R}^3$. Luvut x , y ja z ovat pisteen P **koordinaatteja**.

Olkoon vektori $\mathbf{v} = (x, y, z)$ pisteen P paikkavektori. Luvut x , y ja z ovat vektorin $\mathbf{v}$ **komponentteja**.

Määritelmä

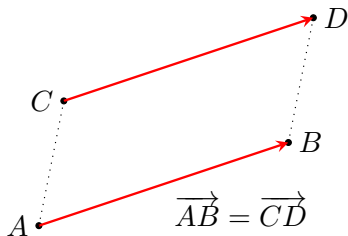
Olkoon $P = (x, y, z)$ piste avaruudessa $\mathbb{R}^3$. Luvut x , y ja z ovat pisteen P **koordinaatteja**.

Olkoon vektori $\mathbf{v} = (x, y, z)$ pisteen P paikkavektori. Luvut x , y ja z ovat vektorin $\mathbf{v}$ **komponentteja**.

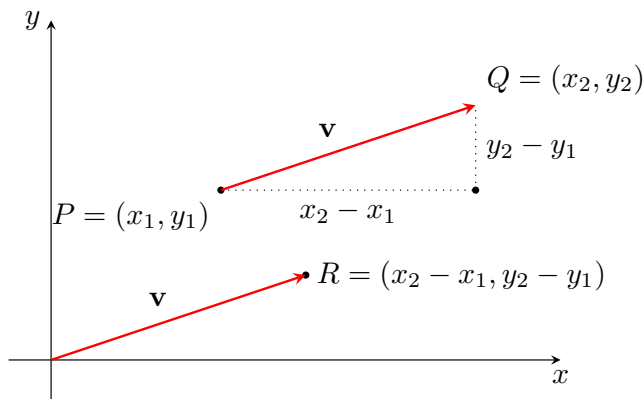
Olkoon vektori $\mathbf{u} = (a, b, c)$. Vektorit $\mathbf{u}$ ja $\mathbf{v}$ **ovat samat**, merkitään $\mathbf{u} = \mathbf{v}$, jos niiden komponentit ovat samat eli $a = x$, $b = y$ ja $c = z$. Jos vektorit $\mathbf{u}$ ja $\mathbf{v}$ eivät ole samat, niin merkitään $\mathbf{u} \neq \mathbf{v}$.

Huomautus

Vektori on määrätty, kun tiedetään vektorin pituus ja suunta. Vektorin alkupisteellä ei ole merkitystä. Monet suunnatut janat vastaavat samaa vektoria.



Jos $P = (x_1, y_1)$ ja $Q = (x_2, y_2)$ ovat tason pisteitä, niin suunnatun janan $\overrightarrow{PQ}$ alkupiste on P ja loppupiste on Q . Tällöin puhutaan myös tason vektorista $\mathbf{v}$. Jos $\mathbf{v}$ siirretään alkamaan origosta, saadaan vektori, jonka komponentit ovat $x_2 - x_1$ ja $y_2 - y_1$.



Vastaavasti avaruudessa $\mathbb{R}^3$ suunnattu jana $\overrightarrow{PQ}$ pisteestä $P = (x_1, y_1, z_1)$ pisteeseen $Q = (x_2, y_2, z_2)$ voidaan esittää vektorina $\mathbf{v}$ origosta pisteeseen $(x_2 - x_1, y__2 - y_1, z_2 - z_1)$ eli vektorin $\mathbf{v}$ komponentit ovat $x_2 - x_1$, $y_2 - y_1$ ja $z_2 - z_1$.

