

Vektorilaskenta

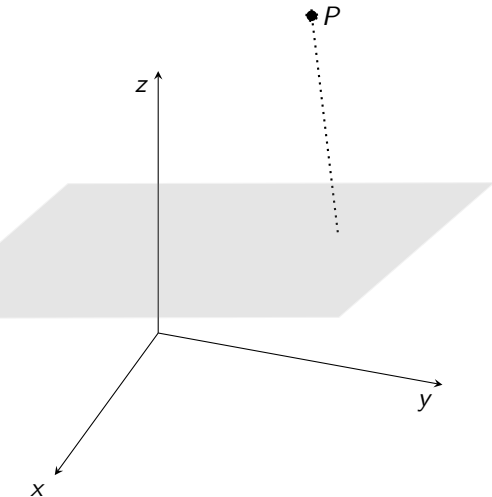
Itä-Suomen yliopisto,
verkkomateriaali



UNIVERSITY OF
EASTERN FINLAND

On annettu taso ja tason ulkopuolinen piste.

Mikä on näiden välinen etäisyys?

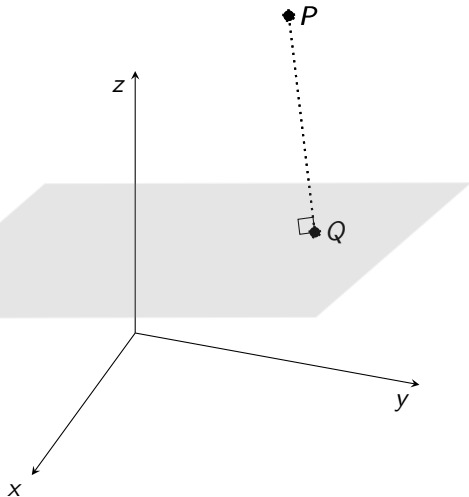


On annettu taso ja tason ulkopuolinen piste.

Mikä on näiden välinen etäisyys?

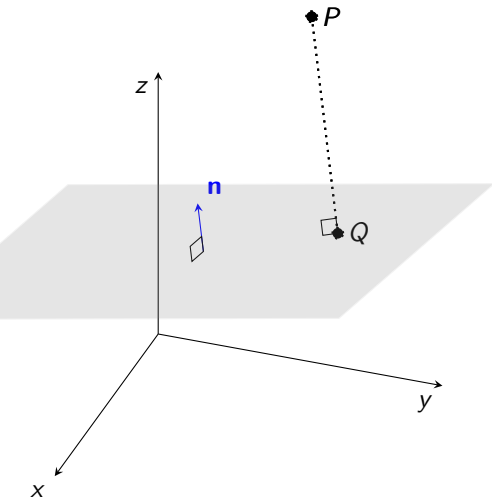
Kysytään siis

"kohtisuoraa" etäisyyttä.



Idea

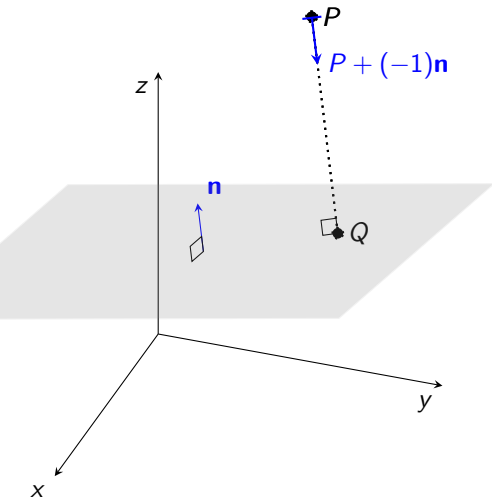
Tarvitaan tason normaali



Idea

Tarvitaan tason normaali

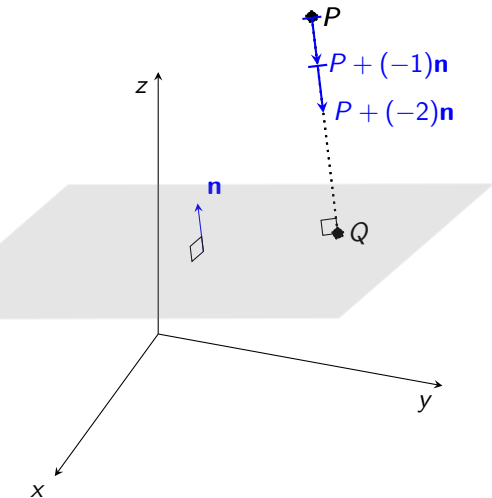
Lähestytään tasoa



Idea

Tarvitaan tason normaali

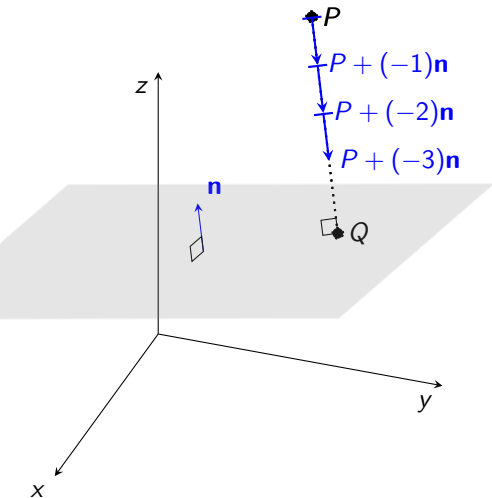
Lähestytään tasoa

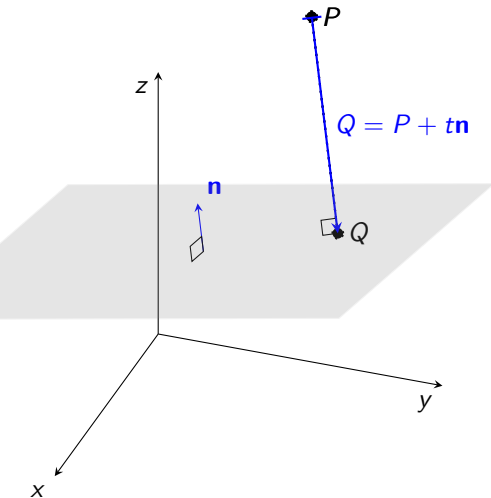


Idea

Tarvitaan tason normaali

Lähestytään tasoa





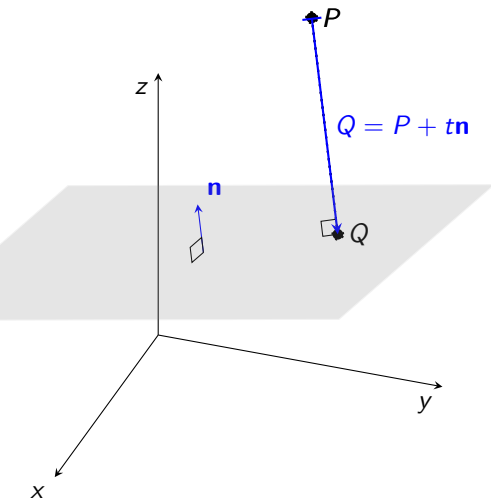
Idea

Tarvitaan tason normaali

Lähestytään tasoa

Löydetään tason piste

$$Q = P + tn$$



Idea

Tarvitaan tason normaali

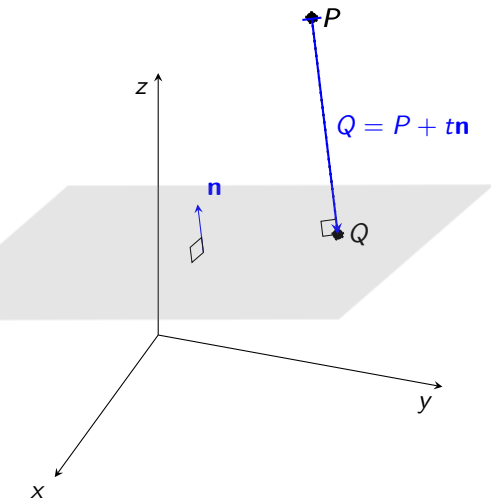
Lähestytään tasoa

Löydetään tason piste

$$Q = P + tn$$

Etsitty pituus on

$$|Q - P| = |tn| = |t||n|$$



Idea

Tarvitaan tason normaali

Lähestytään tasoa

Löydetään tason piste

$$Q = P + tn$$

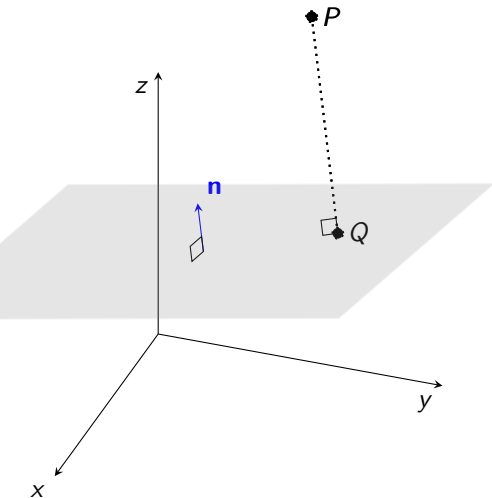
Etsitty pituus on

$$|Q - P| = |tn| = |t||n|$$

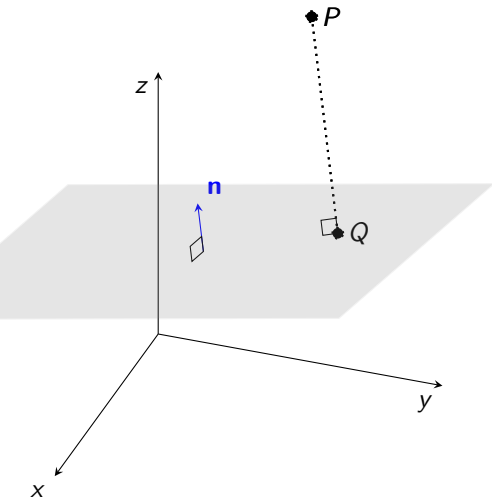
$$|t| = ?, |n| = ?$$

Esimerkki. piste $P = (1, 1, 3)$ ja taso $x - y + 2z = 1$.

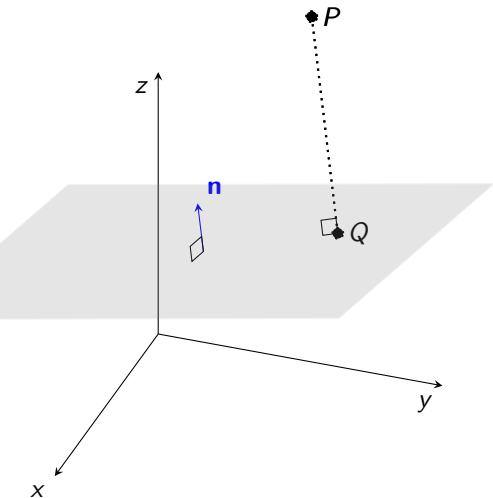
Mikä on näiden välinen etäisyys?



taso on $x - y + 2z = 1$

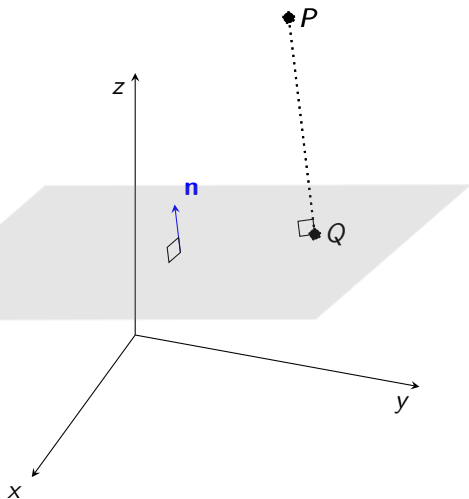


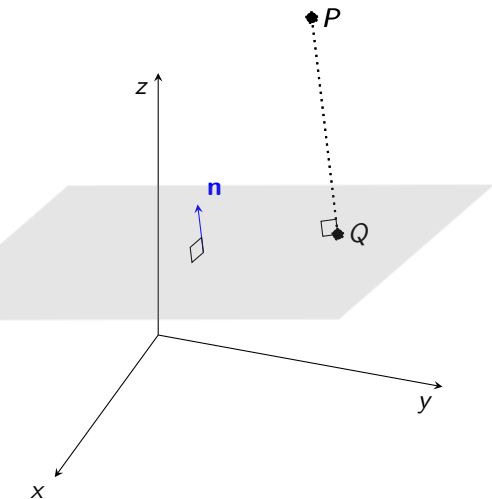
$$\text{taso on } 1 \cdot x + (-1) \cdot y + 2 \cdot z = 1$$



taso on $1 \cdot x + (-1) \cdot y + 2 \cdot z = 1$

normaali on $\mathbf{n} = (1, -1, 2)$





taso on $x - y + 2z = 1$

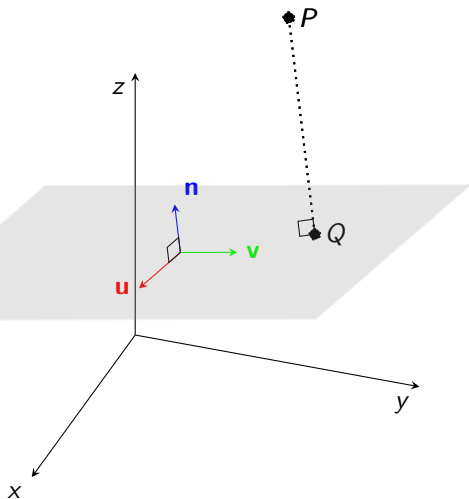
normaali on $\mathbf{n} = (1, -1, 2)$

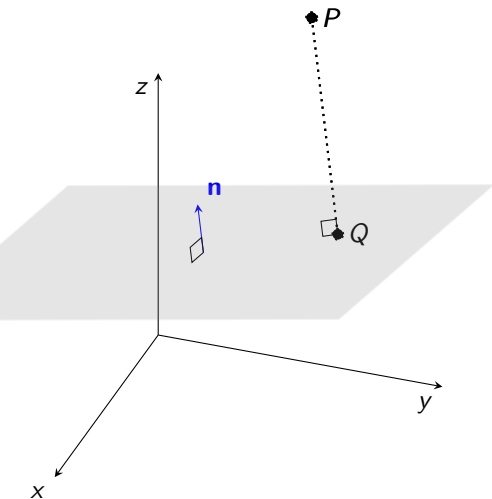
$$P + t\mathbf{n} = (1, 1, 3) + t(1, -1, 2)$$

taso on $x - y + 2z = 1$

normaali on $\mathbf{n} = (1, -1, 2)$

$P + t\mathbf{n} = (1 + t, 1 - t, 3 - 2t)$



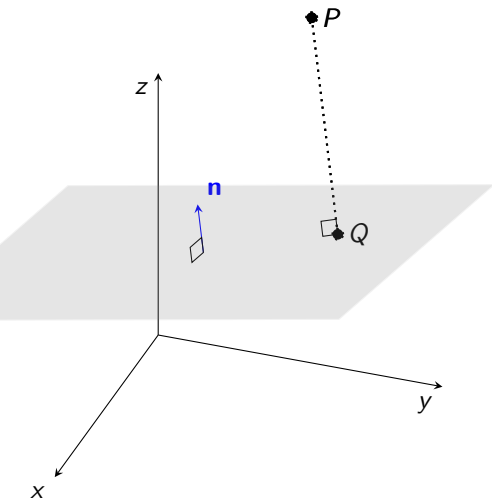


taso on $x - y + 2z = 1$

normaali on $\mathbf{n} = (1, -1, 2)$

$P + t\mathbf{n} = (1 + t, 1 - t, 3 - 2t)$

sijaitsee tasossa, kun



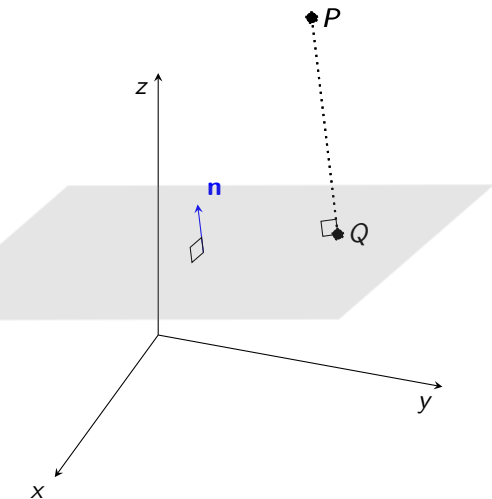
taso on $x - y + 2z = 1$

normaali on $\mathbf{n} = (1, -1, 2)$

$$P + t\mathbf{n} = (1 + t, 1 - t, 3 - 2t)$$

sijaitsee tasossa, kun

$$(1 + t) - (1 - t) + 2(3 - 2t) = 1$$



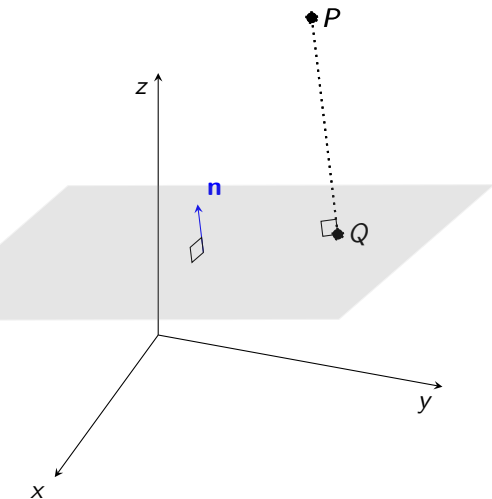
taso on $x - y + 2z = 1$

normaali on $\mathbf{n} = (1, -1, 2)$

$P + t\mathbf{n} = (1 + t, 1 - t, 3 - 2t)$

sijaitsee tasossa, kun

$$6 - 2t = 1$$



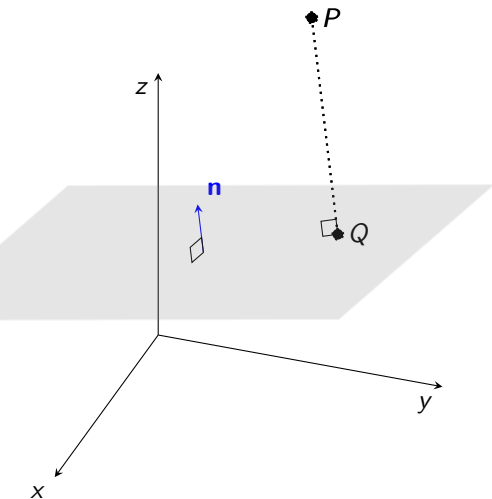
taso on $x - y + 2z = 1$

normaali on $\mathbf{n} = (1, -1, 2)$

$P + t\mathbf{n} = (1 + t, 1 - t, 3 - 2t)$

sijaitsee tasossa, kun

$t = 5/2$



taso on $x - y + 2z = 1$

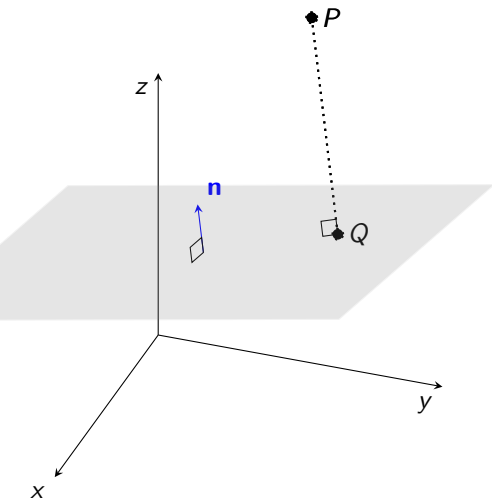
normaali on $\mathbf{n} = (1, -1, 2)$

$P + t\mathbf{n} = (1 + t, 1 - t, 3 - 2t)$

sijaitsee tasossa, kun

$t = 5/2$

$|Q - P| = |t||\mathbf{n}| = \frac{5}{2}|\mathbf{n}|$



taso on $x - y + 2z = 1$

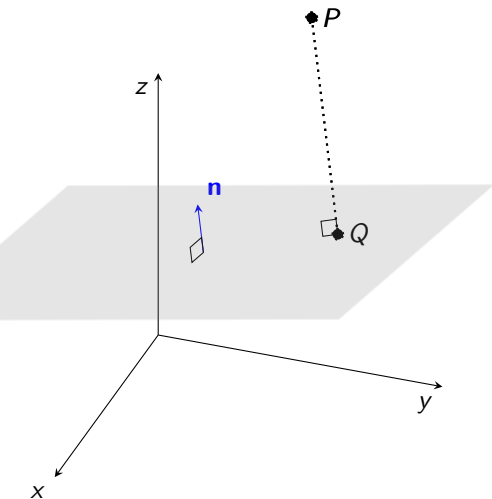
$$\mathbf{n} = (1, -1, 2), |\mathbf{n}| = \sqrt{1^2 + (-1)^2 + 2^2}$$

$$P + t\mathbf{n} = (1 + t, 1 - t, 3 - 2t)$$

sijaitsee tasossa, kun

$$t = 5/2$$

$$|Q - P| = |t||\mathbf{n}| = \frac{5}{2}|\mathbf{n}|$$



taso on $x - y + 2z = 1$

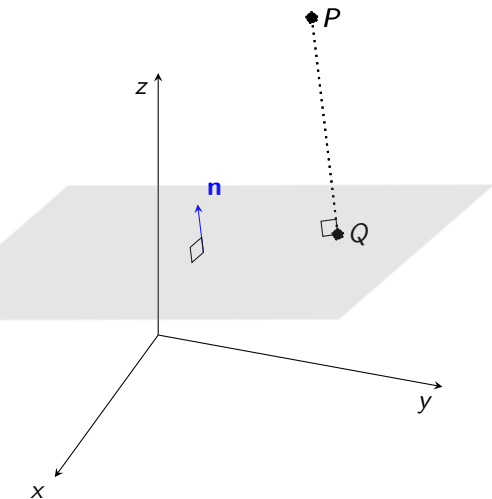
$$\mathbf{n} = (1, -1, 2), |\mathbf{n}| = \sqrt{6}$$

$$P + t\mathbf{n} = (1 + t, 1 - t, 3 - 2t)$$

sijaitsee tasossa, kun

$$t = 5/2$$

$$|Q - P| = |t||\mathbf{n}| = \frac{5}{2}|\mathbf{n}|$$



taso on $x - y + 2z = 1$

$$\mathbf{n} = (1, -1, 2), |\mathbf{n}| = \sqrt{6}$$

$$P + t\mathbf{n} = (1 + t, 1 - t, 3 - 2t)$$

sijaitsee tasossa, kun

$$t = 5/2$$

$$|Q - P| = |t||\mathbf{n}| = \frac{5}{2}\sqrt{6} \approx 6.12.$$