

Vektorilaskenta

Itä-Suomen yliopisto,
verkkomateriaali



UNIVERSITY OF
EASTERN FINLAND

Vektorit tasossa $\mathbb{R}^2$ ja avaruudessa $\mathbb{R}^3$ (A 10.2)

Tason $\mathbb{R}^2$ jokaiseen pisteeseen (x, y) voidaan liittää (paikka)vektori $\mathbf{v}$, jolla on suunta ja pituus. Graafisesti tämä tarkoittaa suunnattua janaa, joka alkaa origosta ja päättyy pisteeseen (x, y) . Vektorin pituus, jota merkitään $|\mathbf{v}|$, on kyseisen janan pituus eli

$$|\mathbf{v}| = \sqrt{x^2 + y^2}.$$

Joskus merkitään myös $\mathbf{v} = (x, y)$ (eli samaistetaan tason piste (x, y) ja vektori $\mathbf{v}$) tai

$$\mathbf{v} = \begin{pmatrix} x \\ y \end{pmatrix}$$

Vastaavasti avaruuden $\mathbb{R}^3$ jokaiseen pisteeseen (x, y, z) voidaan liittää vektori $\mathbf{v}$, jolle

$$\mathbf{v} = (x, y, z) = \begin{pmatrix} x \\ y \\ z \end{pmatrix}, \quad |\mathbf{v}| = \sqrt{x^2 + y^2 + z^2}.$$



Värien käyttäminen listauksessa

Lista

- (a) mansikka
- (b) mustikka
- (c) vadelma



Lause

Lause 1.1

Jos $\mathbf{u}$, $\mathbf{v}$ ja $\mathbf{w}$ ovat vektoreita ja c on skalaari, niin

- (a) $\mathbf{u} \cdot \mathbf{v} = \mathbf{v} \cdot \mathbf{u}$,
- (b) $(c\mathbf{u}) \cdot \mathbf{v} = c(\mathbf{u} \cdot \mathbf{v})$,
- (c) $\mathbf{u} \cdot (\mathbf{v} + \mathbf{w}) = \mathbf{u} \cdot \mathbf{v} + \mathbf{u} \cdot \mathbf{w}$,
- (d) $\mathbf{u} \cdot \mathbf{u} = |\mathbf{u}|^2$,
- (e) $\mathbf{0} \cdot \mathbf{u} = 0$.

Todistus.

Osoitetaan luennolla malliksi kohdat (b) ja (d).



Lauseympäristöjen testaus

Määritelmä 1.2

Määritellään-

Lause 1.3

Jos, niin

Lemma 1.4

Jos, niin

Huomautus 1.5

Huomaa, että

Esimerkki 1.6

Esimerkki



Lauseympäristöjen värittäminen

Eri tyyppisiä esimerkkejä voidaan värittää eri tavoin.

Esimerkki 1.7

Tämä voisi olla vaikkapa fysiikan esimerkki.

Esimerkki 1.8

Matemaattinen esimerkki.

Esimerkki 1.9

Tämä voisi olla vaikkapa reaalimaailman esimerkki.

Esimerkki 1.10

Matemaattinen esimerkki.

