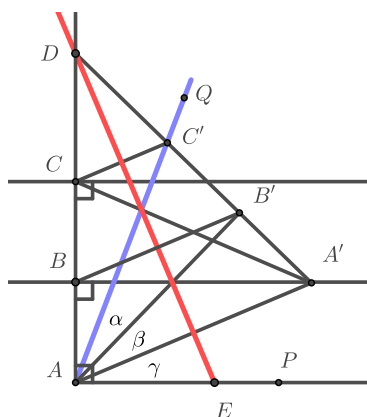


Euklidinen geometria Harjoitus 1/2018

1. Ympyrän halkaisija on d . Mikä on pinta-alaltaan yhtäsuuren neliön sivun pituus?¹
2. Kuution särmä on a . Mikä on tilavuudeltaan kaksinkertaisen kuution särmän pituus?²
3. Kuvassa 1 pätee $AB = BC$. Pisteet A, B, C on kuvattu peilaamalla suoran DE suhteen (peilaaminen säilyttää pisteiden väliset etäisyydet). Osoita, että $\alpha = \beta = \gamma$.³



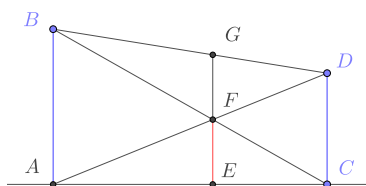
Kuva 1: Kulman kolmijakaminen paperintaittelulla. ⁴

4. Osoita, että Kuvassa 2 pätee

$$EF = \frac{AB \cdot CD}{AB + CD} = \frac{1}{\frac{1}{AB} + \frac{1}{CD}}.$$

Miten tämä liittyy elektroniikkaan?

Vinkki: Piirrä kuva koordinaatistoon, siten, että $AC = [0, 1]$. Mitkä ovat suorien BC ja AD yhtälöt?



Kuva 2: Jana EG on janojen AB ja CD niisanottu harmoninen keskiarvo.

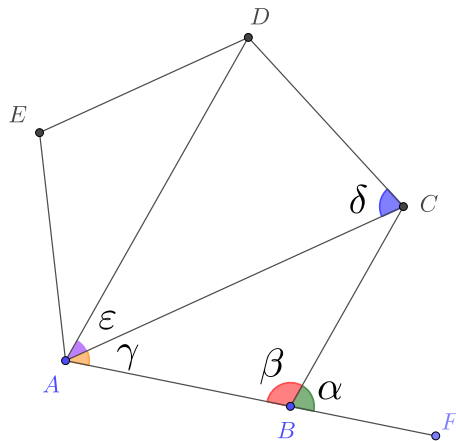
5. Kuvassa 3 kuvio $ABCDE$ on säännöllinen viisikulmio. Laske kulmien $\alpha, \beta, \gamma, \delta, \epsilon$ suuruudet. *Vinkki: $5\alpha = 360^\circ$, miksi?*

¹Tätä neliötä ei voi löytää harpilla ja viivottimella, koska luku π on transsendenttinen [Lindemann 1882].

²Tätä kuutiota ei voi löytää harpilla ja viivottimella [Wantzel 1837].

³Siis taittelemalla paperia voi kolmijakaa mielivaltaisen kulman (tässä $\angle PAQ'$). Samaa konstruktiota ei voi tehdä harpilla ja viivottimella [Wantzel 1837].

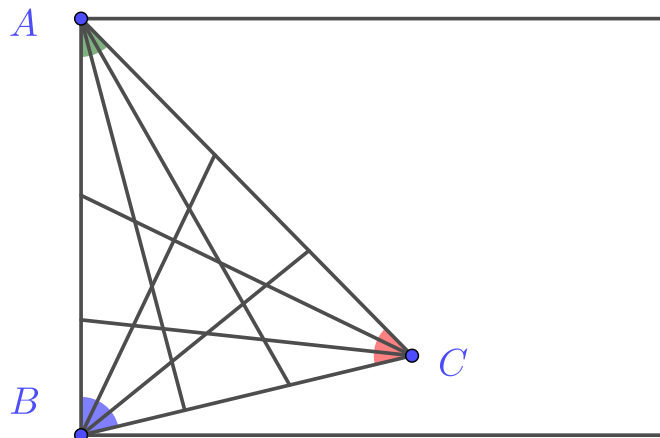
⁴Tällä kuvalla “kulman jakaminen paperintaittelulla”, jonka teki J.-M. Huusko, on lisenssinä CC BY-SA 4.0. Siis kuvaa saa käyttää ja muokata vapaasti, kunhan mainitsee alkuperäisen tekijän ja antaa johdannaiskuvalla samat oikeudet. Lisää kuvia on osoitteessa <http://cs.uef.fi/juhuusko/creative-commons/>.



Kuva 3: Säännöllisen viisikulmion kulmien suuruudet.

Ohjatusti tehtävät:

6. Terävän kulman kolmijakaminen paperintaittelulla.⁵
7. Kuution kahdentaminen paperintaittelulla.⁵
8. Tetraedrin tekeminen paperintaittelulla.⁶
9. Kolmion kulmien kolmijakaminen paperintaittelulla, katso Kuva 4.



Kuva 4: A4-arkin keskeltä on otettu piste C ja on piirretty kolmio ABC , jonka kulmat on kolmijaettu.

⁵Ohjeet: <https://plus.maths.org/content/power-origamiangle>

⁶Ohjeet: <http://www.qland.de/origami/tetra/index.html>