

Euklidinen geometria

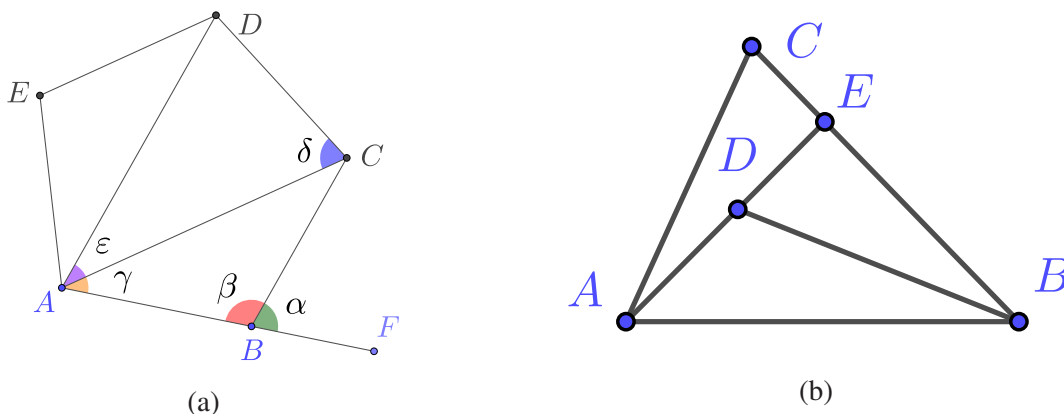
Kurssikoe perjantai 26.10.2018 klo 10:00-12:00

Vastaa viiteen tehtävään, tarjolla on kuusi vaihtoehtoa. Laskinta saa käyttää.

Nimi ja opiskelijanumero joka vastauspaperiin.

Origamitehtävää varten on tarjolla neliö- ja A4-papereita.

1. Kuvassa 1(a) kuvio $ABCDE$ on säännöllinen viisikulmio ja pätee $5\alpha = 360^\circ$. Laske kulmien $\alpha, \beta, \gamma, \delta, \varepsilon$ suuruudet. (6p)



Kuva 1

2. Ilmaise sanallisesti tai esimerkkikuvaa käyttämällä: Mitä tarkoittavat kurssilla esitellyt tulokset:

(a) kolmioepäyhtälö? (1p)

(b) ulkokulmaepäyhtälö? (1p)

Kuvassa 1(b) on kolmio $\triangle ABC$, jonka sisällä on piste D . Osoita, että

(c) $AC + CB > AD + DB$ (2p)

(d) $\angle ACB < \angle ADB$ (2p)

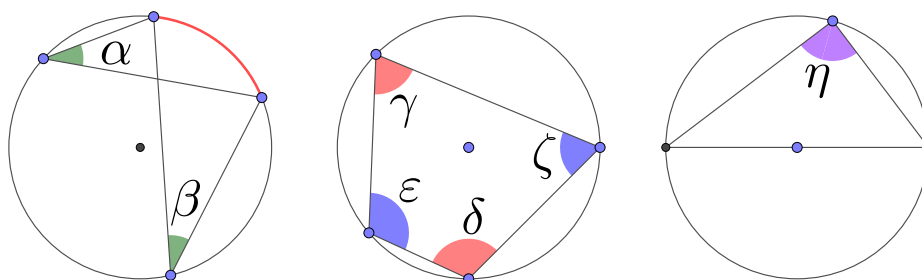
Saat käyttää todistuksessa mitä tahansa tuntemiasi menetelmiä.

3. Todista kehäkulmalauseen seuraukset, jotka liittyvät Kuvaan 2:

(a) "Samaa kaarta vastaavat kehäkulmat ovat yhtä suuret", eli $\alpha = \beta$. (2p)

(b) "Jännelikulmion vastakkaisten kulmien summa on 180° ", eli $\gamma + \delta = \varepsilon + \zeta = 180^\circ$. (2p)

(c) "Puoliympyrän kehäkulma on suora", eli $\eta = 90^\circ$. (2p)



Kuva 2: Kehäkulmalauseen seurauksia.

4. (a) Kolmion $\triangle ABC$ sivujen pituudet ovat 5, 6 ja 7. Laske kolmion $\triangle ABC$ pinta-ala. (3p)
- (b) Tetraedri on säännöllinen monitahokas, jonka ulkopinta koostuu neljästä keskenään yhtenevästä tasaviuisesta kolmiosta. Olkoon tetraedrin särmän pituus 1. Laske tetraedrin ulkopinnan pinta-ala. (3p)
5. (a) Mitä tarkoitetaan Eukleideen paralleeliaksiomalla? (2p)
- (b) Annettuna on suora L ja sen ulkopuolinen piste P . Kuinka voit harppia ja viivotinta käyttäen piirtää suoran M , joka kulkee pisteen P kautta ja on yhdensuuntainen suoralle L ? Kuvaile konstruktio vaiheittain. Konstruktioita ei tarvitse todistaa oikeaksi. (4p)
6. Tee jokin kurssilla esitelty origami tai paperintaittelukonstruktio. Tyyli on vapaa. Neliön muotoisia ja A4-paperiarkkeja on saatavilla. (6p)

Eräitä kurssilla esiteltyjä kaavoja ja tuloksia.

1. Pythagoraan lause: $A_1 = A_2 + A_3$.
2. Ptolemaioksen lause: $ac + bd = ef$.
3. Heronin kaava: $A_1 = \sqrt{p(p-a)(p-b)(p-c)}$, missä $p = (a + b + c)/2$.
4. Cevan lause: $\frac{AF}{FB} \times \frac{BD}{DC} \times \frac{CE}{EA} = 1$.
5. Menelaoksen lause: $\frac{AF}{FB} \times \frac{BD}{DC} \times \frac{CE}{EA} = 1$
6. Eulerin identiteetti: $e^{i\theta} = \cos(\theta) + i \sin(\theta)$
7. Kosinilause: $c^2 = a^2 + b^2 - 2ab \cos(\gamma)$
8. Sinilause: $\frac{\sin(\alpha)}{a} = \frac{\sin(\beta)}{b}$
9. Yhtenevyyslauseet: SKS, SSS, KSK, KKS