3, 6, 12, 24, 48 j. n. e.
4, 8, 16, 32, 64 j. n. e.
5, 10, 20, 40, 80 j. n. e.
15, 30, 60, 120, 240 j. n. e.

Ja kuin kerran monikulma on saatu piirretyksi ympyrään, niin se saadaan yhtämonilla siwulla myös piirretyksi sen ympärille. Kuitenkaan ei saateta, niinkuin edellisestä nähdään, piirtää ympyrän sisään eikä ympärille kaikenlaisia monikulmia, ehkä olisiwatkin yhtäsiwuisia ja yhtäkulmaisia. Silloin on parasta jakaa ne neljä suoraa kulmaa keskipisteen ympärillä, jotka yhteensä tekewät 360°, niin moneen osaan, kuin piirrettäwässä monikulmassa pitää olla siwuja. Esim. jos 7:kulma olisi piirrettäwä, niin 360° : 7 = 51° 26′ likimäärin, joka kulma pannaan kulma-ykälikön mukaan keskipisteesen ja seisoo kaarteella, joka on seitsemäs osa kehästä ja jonka jänne on seitenkulman siwu.

Wiides Kirja.

Määrityksiä.

1. Pienempää suuruutta sanotaan tasa-osaksi (part. aliquot. submultipel) isommasta, jos pienempi jakaa tasan isomman, eli mittaa sen.

2. Mutta isompaa suuruutta sanotaan monikertaiseksi (multipel) pienemmästä, jos pienempi mittaa suuremman.

M. Pienempää suuruutta sanotaan silloin myös suuremman mitaksi. Jos siis suuruus sisältää mittansa kaksi, kolme, neljä kertaa, eli useimmin, niin sitä sanotaan kaksi-, kolme-, neljä-, eli monikertaiseksi, ja pienempää sano-

Viides kirja

Alkeiden viides kirja käsittelee kaikenlaisten suureiden mittaamista, kuvissa esimerkkinä aina pituusmitta. Kirjassa selvitetään täydellisesti yhteismitattomuuden ongelma ottamalla käyttöön suhteen käsite ensin yhteismitallisille ja sitten heti myös yhteismitattomille suureille. Näin täsmennetään, mitä tarkoitetaan sillä, että kahden janan pituuksien suhde on $\sqrt{2}$ tai π tai että kahdella janaparilla on sama pituuksien suhde. Tämä Eudoksoksen *suhdeoppina* (alkuperäinen keksijä lienee tosiasiassa vanhempi) tunnettu syvällinen teoria on — nykyaikaisesti tulkiten — tapa määritellä reaaliluvut lähtemällä rationaaliluvuista, siis jotakin samantapaista kuin Dedekindin leikkaukset. Eukleides tosin pitää muut suureet erossa luvuista. Hän kehittää rationaalisten suhteiden opin uudelleen lukuteorian yhteydessä, mutta ei enää palaa käsittelemään yhteismitattomuutta. On siis makuasia katsotaanko muinaisten kreikkalaisten keksineen reaaliluvut vai ei.

5.1. Määritelmiä. Eukleides aloittaa viidennen kirjan 18 määritelmällä, mutta ei esitä yhtään uutta aksioomaa. Aschanin käännöksessä on sen sijaan 20 määritelmää ja muitakin eroja vanhoihin käsikirjoituksiin verraten.

(1) Pienempää suuruutta sanotaan suuremman *tasaosaksi*, jos pienempi jakaa tasan isomman eli *mittaa* sen.
(2) Suurempaa suuruutta sanotaan pienemmän *monikerraksi*, jos pienempi mittaa suuremman.

Aschan ei selitä, mitä tarkoitetaan "suuruudella" eli "suureella". Strömerin ruotsinnoksessa sanotaan, että suureita ovat pituudet, pinta-alat ja tilavuudet. Ehkä Aschania on häirinnyt, ettei kulmia mainita. Sen sijaan Aschan määrittelee puhekielestä tutut *puolikkaan*, *kolmasosan*, jne. käsitteet. Samoin hän määrittelee: A on *yhtämoninkertainen* B:stä kuin C D:stä, mikäli A sisältää mittansa B yhtä monta (m) kertaa kuin C sisältää mittansa D eli kun $A = m \times B$ ja $C = m \times D$.
Aschanilla on määritelmää valaiseviksi tarkoitettuja selityksiä. Esimerkit ovat valitettavasti lukuja: "8 on neljäkertainen 2:sta" ja "3 ei ole mikään tasa-osa 8:sta". Hän jatkaa selittämällä ennakkoon myös seuraavien määritelmien sisällön. Selitys ei kuitenkaan vastaa määritelmien tarkoitusta

eikä Eukleideen sanamuotoa, mistä Aschan huomauttaakin. Hänen tässä ennakkoon antamansa oma selitys suhdekäsitteelle on seuraava:

”Jos jokin pienempi suuruus jakaa tasan kaksi isompaa suuruutta, niin sitä sanotaan *yhteiseksi mitaksi* (communis mensura) ja isompia *samamitallisiksi* (commensurabla)). Jos $A = m \times E$ ja $H = n \times E$, niin A ja H owat samamitalliset ja niiden yhteinen mitta on E. Mutta löytyy sellaisiakin suuruuksia, joita ei taideta jakaa tasan samalla mitalla, miten suuri eli pieni mitta hywänsä otetaan; sillä jos se yhdenki jakaa tasan, niin toisesta aina jääpi joku osa yli. Näitä taidetaan sentähden sanoa *samamitattomiksi* (incommensurabla). Jos esimerkin tahdot, löydät sen neliöstä, jossa siwu ja läwistäjä owat samamitattomat. Jos A ja E owat samamitattomat ja tahtoisit ne werrata toisiinsa, niin woit kyllä löytää kolmannen suuruuden senlaisen, että A on *kohalleen* $= m \times H$, mutta E ainoasti *likimäärin* (approximatift) $= n \times H$. Ja koska näin taidetaan tulla kuinka likelle hywänsä samamitattomienkin kekenäistä arwoa, niin niitä tawallisesti werrataankin sillä lailla toisiinsa, että otetaan toisesta niin pieni osa, että joka mittaa toisenki niin tarkkaan, että se pikkuinen, joka jääpi yli eli waille, ei waikuta asiaan mitään. Euklides, jota seuraamme, tekee kuitenkin toisten, kuten kohta saadaan nähdä”.

Tämän harharetken jälkeen Aschan palaa Eukleideen jäljille.

(3) kaksi suuretta ovat *vertailtavissa*, eli niillä on suhde, mikäli toisella on moninkerta, joka on suurempi kuin toinen suure.

Aschan huomauttaa, että vertailtavuus eli *yhtälaisuus* edellyttää, että molemmat suureet ovat *samaa lajia*, siis kumpikin esim. pituus tai ala, koska sanotaan, että toinen on *suurempi* kuin toinen. Tarkkaan lukien määritelmä sanoo myös, ettei ensimmäinen suuruus ole ”0” eikä toinen ”∞”. Sitä paitsi määritelmä on epäilemättä tarkoitettu symmetriseksi, joten kumpikaan ei saisi olla ”0” eikä ”∞”.

(4) *Suhde* on kahden vertailtavissa olevan suuruuden välinen relaatio.

Tämä määritelmä on epäselvä tai jopa tautologinen, eihän ole selvää, mikä tarkoitetaan sanalla relaatio.

130

taan puolekſi, eli kolmas-, neljäsosaiseksi j. n. e. Esim. 2 on neljäsosainen suuruus 8:sta ja 8 on neljäkertainen 2:sta. Mutta 3 ei ole mikään tasa-osa 8:sta, sillä jos 8 jaetaan 3:lla, niin 2 jääpi yli. Että A on m-kertainen E:stä, eli E m-osainen A:sta, osoitetaan seurawasti: $A = m \times E$, eli $E = \frac{A}{m}$. — A on yhtämonikertainen E:stä kuin H on I:stä, jos A sisältää mittansa E yhtämonta kertaa kuin H mittansa I. Esim. $8 = 4 \times 2$ ja $12 = 4 \times 3$: sentähden owat 8 ja 12 yhtämonikertaiset (nimittäin 4-kertaiset) 2:sta ja 3:sta; yleiseen jos $A = m \times E$ ja $H = m \times I$, niin A ja H owat yhtämonikertaiset (m-kertaiset) E:stä ja I:stä.

Jos pienempi suuruus jakaa tasan kaksi isompaa suuruutta, niin sitä sanotaan **yhteiseksi mitaksi** (communis mensura) ja isompia **samamitallisiksi** (commensurabla). Jos $A = m \times E$ ja $H = n \times E$, niin A ja H owat samamitalliset ja niiden yhteinen mitta on E. Mutta löytyy semmoisiakin suuruuksia, joita ei taideta jakaa tasan samalla mitalla, miten suuri eli pieni mitta hywänsä otetaan; sillä jos se yhdenki jakaa tasan, niin toisesta aina jääpi joku osa yli. Näitä taidetaan sentähden sanoa **samamitattomiksi** (incommensurabla). Jos esimerkin tahdot, löydät sen neliössä, jossa siwu ja läwistäjä owat samamitattomat. Jos A ja E owat samamitattomat ja tahtoisit ne werrata toisiinsa, niin woit kyllä löytää kolmannen suuruuden H senlaisen, että A on **kohalleen** $= m \times H$, mutta E ainoasti **likimäärin** (approximatift) $= n \times H$. Ja koska näin taidetaan tulla kuinka likelle hywänsä samamitattomienkin keskenäistä arwoa, niin niitä tawallisesti werrataankin sillä lailla toisiinsa, että otetaan toisesta niin pieni osa, joka mittaa toisenki niin tarkkaan, että se pikkuinen, joka jääpi yli eli waille, ei waikuta asiaan mitään. Euklides, jota seuraamme, tekee kuitenkin toisten, niinkuin kohta saadaan nähdä.

3. Ne suuruudet owat yhtälaiset, joista toinen monikerrottuna taitaa tulla toista suuremmaksi.

131

M. Wiiwaa taidetaan jatkaa, kunnes tulee pitemmäksi toista wiiwaa, pintaa lewittää pituudelle ja leweydelle, että se on suurempi toista pintaa. Wiiwat owat siis yhtälaiset suuruudet niinkuin pinnatkin. Mutta wiiwa ja pinta keskenänsä owat erilaisia, niinkuin kyynärä- ja wuosiluwutkin, joita ei millään tawalla käy toisiinsa wertaaminen.

4. Suhde (ratio, **ruots.** förhållande) **on kahden yhtälaisen, toinen toiseensa werratun suuruuden keskenäinen arwo, eli isous.**

M. Suhde kahden yhtälaisen suuruuden wälillä osoitetaan tawallisesti siten, että molemmat mitataan samalla mitalla ja mittamäärät jaetaan toinen toisellansa. Esim. on tanko = 5 kyynärää ja syli 3 kyynärää: siis on tanko sylen suhteen $\frac{5}{3}$ osaa, eli tanko on = $1\frac{2}{3}$ syltä. Jos A ja E owat yhtälaiset suuruudet, niin ne ensin tehdään yhtälaatuisiksikin ja sitten jaetaan toinen toisellansa. Jakomerkki A : E silloin merkitsee niiden suhteen; ja kutsutaankin semmoista wertaamista likemmin geometrisk proportion, eli paremmin qvot-förhållande, se on: o s a m ä ä r ä - s u h t e e k s i. Jos taas osoitetaan, kuinka paljo suurempi, eli pienempi suuruus on toista suuruutta, joka tapahtuu siten, että toinen wähennetään toisella, niin semmoista suhdetta sanotaan arithmetisk proportion, eli paremmin differens-förhållande, e r o - s u h t e e k s i. Semmoinen on A—H. Jättäin tykkänään wiimeiset sillänsä, tässä esittelemme osamäärälsiä suhteita.

Jos A siis on = m × H ja E = n × H, niin niiden suhde A : E = $\frac{m}{n}$. Osamäärää $\frac{m}{n}$, joka osoittaa, kuinka monesti eli mihin määrään E on A:ssa, sanotaan **suhteen selittäjäksi** (rations index), ja molempia suuruuksia suhteessa kutsutaan **jäseniksi**, toista **edelliseksi** ja toista **jälkimäiseksi**. Ero samamitallisien ja samamitattomien wälillä on nyt ainoasti se, — jos kaikki merkitään niinkuin ennen, — että edellisten suhde A : E on kohalleen = $\frac{m}{n}$, mutta samamitattomien wälillä suhde A : E ainoasti on likimäärin = $\frac{m}{n}$.

Aschanin esimerkit ja myös terminologia, jossa "relaatio" on käännetty sanoilla "keskinäisen arvo" eli "isous" antavat ymmärtää, että kyseessä olisi "mittalukujen" osamäärä: "Suhde kahden yhtälaisen suuruuden välillä osoitetaan tawallisesti siten, että molemmat mitataan samalla mitalla ja mittamäärät jaetaan toinen toisellansa. Esim. tanko = 5 kyynärää ja syli 3 kyynärää: siis on tanko sylen suhteen $\frac{5}{3}$ osaa, eli tanko on = $1\frac{2}{3}$ syltä." (Aschan mainitsee tosin ohimennen, että on olemassa muitakin relaatioita, erityisesti "sama erotus" on relaatio siinä missä "sama osamääräkin".) Tässä yhteydessä Aschan määrittelee apukäsitteitä. Mittalukujen osamäärää hän sanoo suhteen *selittäjäksi (index)* ja alkuperäisiä suuruuksia suhteen *edelliseksi* ja *jälkimmäiseksi jäseneksi*. Suhdetta hän merkitsee kaksoispisteellä ja kirjoittaa esim. $A : B = \frac{5}{3}$, kun A on tanko, B syli ja $\frac{5}{3}$ niiden suhteen "selittäjä". Tällöin $3A = 5B$, mikä vastaa Eukleideen tapaa ilmaista tällaista suhdetta.

(5) Suuruudet ovat *samassa suhteessa*, ensimmäinen toiseen kuten kolmas neljänteen, jos aina silloin, kun ensimmäisestä ja kolmannesta otetaan yhtämoninkertaiset ja toisesta ja neljännestä otetaan yhtämoninkertaiset, käy niin, että ensimmäisen moninkerta on suurempi kuin toisen moninkerta tasan silloin, kun toisen moninkerta on suurempi kuin neljännen moninkerta ja vastaava pätee myös yhtäsuuruudelle ja pienemmyydelle. Toisin sanoen: $A : B = C : D$ merkitsee, että kaikilla $n, m \in \mathbb{N}$ on

$$\left[\begin{array}{l} nA > mB \text{ jos ja vain jos } nC > mD, \\ nA = mB \text{ jos ja vain jos } nC = mD, \text{ ja} \\ nA < mB \text{ jos ja vain jos } nC < mD, \end{array}\right.$$

eli lyhyesti

$$\left[\; nA >=< mB \text{ jos ja vain jos } nC >=< mD. \right.$$

Muistutuksessa toistetaan määritelmä ja Aschan kirjoittaa lisäksi omin päin, että $A : B = C : D$ pätee "jos selittäjät $\frac{A}{B}$ ja $\frac{C}{D}$ ovat yhtä suuret". Aschan käyttää siis tässä lukuja olettaen reaaliluvut tunnetuiksi. Eukleideshan välttää tällaista, koska lukukäsitettä tai laskutoimituksia ei ole määritelty.

(6) (Jatkoa edelliselle) Jos kerrankin tapahtuu, että ensimmäisen moninkerta on suurempi kuin toisen moninkerta, mutta kolmannen moninkerta on pienempi tai yhtä suuri kuin neljännen, niin sanotaan, että ensimmäisen suhde toiseen on *suurempi* kuin kolmannen suhde neljänteen. Toisin sanoen: $A : B > C : D$ merkitsee, että on olemassa n, $m \in \mathbb{N}$ siten, että

$$nA > mB \text{ mutta } nC \leq mD.$$

Aschanin muistutuksessa määritelmä toistetaan vetoamalla jälleen mittalukuihin: $A : B > C : D$ pätee, jos selittäjä $\frac{A}{B}$ on suurempi kuin selittäjä $\frac{C}{D}$.

(7) Kahden suhteen yhtäsuuruus on nimeltään *verranto*.

Aschan käyttää tosiaan sanaa ”verranto” (proportio, analogia).

(8) Verrannossa esiintyviä suureita kutsutaan *verrannollisiksi*.

Aschan käyttää sanaa ”verrannolliset” (proportionela) ja muistuttaa vielä, että verrannossa esiintyviä suureita sanotaan sen *jäseniksi*.

(9) Verrannon jäsenistä vähintään kolme ovat eri suuria.

Jos $A : B = C : D$, niin voi olla $B = C$, jolloin A, $B (= C)$ ja D ovat kaikki kolme verrattavissa olevia suureita ja $A : B = B : D$. Klassinen nimi tälle tilanteelle on *jatkuva suhde*, Aschanilla kerto-werrannollisuus (Vrt. *geometrinen keskiarvo*). Tapaus $A = D$ on merkintöjä vaille sama asia. Sen sijaan $A = C$ johtaa tilanteeseen, jossa suhteet ovat samat, siis myös $B = D$ ja on saatu ehdon (9) vastaisesti *identtinen verranto* $A : B = A : B$.
Tämä määritelmä ei näytä määrittelevän mitään käsitettä. Eukleides ei näy myöskään ottavan huomioon sitä mahdollisuutta, että voisi olla $A = B$ ja $C = D$. Määritelmä (9) näyttää siltä, kuin se nimenomaan kieltäisi tämän mahdollisuuden ja ”identtisen verrannon”, ja kyseessä olisi ”verrannon” määritelmän täsmennys. Näin ei kuitenkaan ole, sillä sekä lauseessa 5.7 että 5.9 esiintyy verranto, jossa on vain kaksi erisuurta jäsentä, mistä Aschan huomauttaakin. Määritelmän (9) alkuperäisyyttä on epäilty, mutta se lienee aito. Strömer kuittaa ongelman sanomalla, että (9) ei ole määritelmä.

132

Mutta suhde $A : E = \frac{m}{n}$ on myös toisin $n \times A = m \times H$, niinkuin 3 tankoakin = 5 syltä, ja tämä onkin Euklideksen tapa suhteita merkitessä. Mutta näin hän sanoo ainoasti samamitannollisista; waan jos suuruudet owat samamittattomat, lausuu hän, kohalleen kaikissa puhuaksensa: n-kertainen A:sta on taikka suurempi, eli pienempi kuin m-kertainen E:stä. Sentähden koska hän yhtenä puhuu sekä samamitallisista, että samamittattomista, kuuluu hän aina lausuwan: n-kertainen A:sta on taikka suurempi, yhtäsuuri eli pienempi kuin m-kertainen E:stä.

5. Suuruudet owat samassa suhteessa: ensimäinen toiseen kuin kolmas neljänteen, jos ensimäisestä ja kolmannesta otetaan yhtämonikertaiset ja toisesta ja neljännestä yhtämonikertaiset, ja silloin aina tapahtuu, minkertaiset hywänsä nämä owat, että ensimäisen monikertainen on suurempi, yhtäsuuri eli pienempi toisen monikertaista samalla kuin kolmannen monikertainen on suurempi, yhtäsuuri eli pienempi neljännen monikertaista.

M. Jos neljä suuruutta owat samassa suhteessa, niin on peri wastoin ensimäisen monikertainen suurempi, yhtäsuuri eli pienempi kuin toisen monikertainen ja samalla kolmannen monikertainen suurempi, yhtäsuuri eli pienempi neljännen monikertaista. — Jos A, E, H, I, owat samassa suhteessa, ja tässä on esiteltäwä kahden suhteen yhtäläisyys, niin ne neljä suuruutta kirjoitetaan kahteen suhteesen, joiden wälille pannaan yhtäsuuruuden merkki, siis $A : E = H : I$. Ja jos muistamme, kuinka Euklides määrää suhteensa, niin kohta myös ymmärrämme tämänkin werrannon muodon. Jos suuruudet kaksi ja kaksi owat samamitalliset, niin ne owat samassa suhteessa, jos selittäjät $\frac{A}{E}$ ja $\frac{H}{I}$ owat yhtäsuuret.

6. Mutta jos kerranki tapahtuisi, että ensimäisen monikertainen olisi suurempi toisen monikertaista, waan

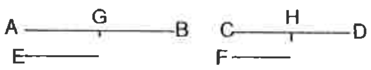
(1) 8 Verrannollisuus
(2) 6 Suhteiden erisuuruus
(3) 9 Verrannossa on enintään kolme samaa jäsentä
(4) 10 Verrannon kahdentaminen
(5) 11 Verrannon kolminkertaistaminen
(6) 12 Vastinjäsenet verrannossa
(7) 13 Suhteiden vuorottaminen
(8) 14 Suhteen kääntäminen
(9) 15 Suhteen yhdistäminen
(10) 16 Suhteen osittaminen
(11) 17 Suhteen konvertoiminen
(12) 20 ja 18 Järjestettyjen suhteiden katenaatio
(13) 20 ja 19 Hämmennettyjen suhteiden katenaatio

Aschanilla määritelmissä esiintyvät ylimääräiset käsitteet ovat verranto (7) ja suhteiden tulo (17*).
Ongelmallinen piirre Aschanin tekstissä on mittalukujen ja niiden osamäärien käyttö. Reaaliluvut, erityisesti irrationaaliset, eivät kuulu Eukleideen järjestelmään, vaan 5. kirjan idea on nimenomaan luoda reaaliluvuille geometrinen vaihtoehto historiallisesti ensimmäinen tämänsuuntainen teoria.
Seuraavien päättelyiden varsinaisena tavoitteena on osoittaa sitovasti, että edellä määritellyt verrantojen muotoilut säilyttävät oikeat verrannot oikeina, siis esimerkiksi, että jos $A : B = C : D$, niin $B : A = D : C$.

5.2. Lauseet ja tehtävät. Kuten toisen kirjan alkupään myös viidennen kirjan lauseiden sisällön voi ilmaista algebrallisin kaavoin. Luettelemme ne lukemisen helpottamiseksi. Tässä $m, n, \ldots$ ovat luonnollisia lukuja ja $a, b, \ldots$ suureita.

5.1. $ma + mb + \cdots = m(a + b + \ldots)$
5.2. $ma + na + \cdots = (m + n + \ldots)a$
5.3. $m(na) = (mn)a$
5.4. jos $a : b = c : d$ niin $ma : nb = mc : nd$
5.5. $ma - mb = m(a - b)$
5.6. jos $n < m$ niin $ma - na = (m - n)a$
5.7. jos $a = b$ niin $a : c = b : c$
5.8. jos $a > b$, niin $a : c > b : c$
5.9. jos $a : c = b : c$, niin $a = b$
ja jos $a : b = a : c$, niin $b = c$
5.10. jos $a : c > b : c$, niin $a > b$
ja jos $a : b > a : c$, niin $b < c$
5.11. jos $a : b = c : d$ ja $c : d = e : f$, niin $a : b = e : f$
5.12. jos $a_1 : b_1 = a_2 : b_2 = \ldots$, niin $a_1 : b_1 = (a_1 + a_2 + \ldots) : (b_1 + b_2 + \ldots)$
5.13. jos $a : b = c : d$ ja $c : d > e : f$, niin $a : b > e : f$
5.14. jos $a : b = c : d$, niin $(a < c)$ aina ja vain, kun $b < d$
5.15. $a : b = ma : mb$
5.16. jos $a : b = c : d$, niin $a : c = b : d$
5.17. jos $a : b = c : d$, niin $(a - b) : b = (c - d) : d$
5.18. jos $a : b = c : d$, niin $(a + b) : b = (c + d) : d$
5.19. jos $a : b = c : d$, niin $(a - c) : (b - d) = a : b$
5.20. jos $a : b = d : e$ ja $b : c = e : f$ ja $a > c$, niin $d > f$ (vastaava merkeille = ja <)
5.21. jos $a : b = e : f$ ja $b : c = d : e$ ja $a > c$, niin $d > f$ (vastaava merkeille = ja <)
5.22. jos $a : b = d : e$ ja $b : c = e : f$, niin $a : c = d : f$
5.23. jos $a : b = e : f$ ja $b : c = d : e$, niin $a : c = d : f$
5.24. jos $a : b = c : d$ ja $e : b = f : d$, niin $(a + e) : c = (c + f) : d$
5.25. jos $a : b = c : d$ ja $a > b, a > c$, niin $a + d > b + c$

LAUSE 5.1. *Jos tietyt suureet ovat yhtämoninkertaisia toisista suureista, kukin omastansa, niin ne yhteensä ovat yhtämoninkertaiset toisista suureista yhteensä.*
Algebrallisin merkinnöin väite sanoo $ma + mb + \cdots = m(a + b + \ldots)$.



TODISTUS.

Ensin Eukleideen mukaan vain vähän modernisoiduin puhetavoin:

Olkoot AB ja CD m-kertaiset suureista E ja F. Osoitetaan, että AB ja CD yhteensä ovat m-kertaiset suureista E ja F yhteensä,