

Euklidinen geometria

Yleinen kuulustelu 14.06.2019

Vastaa kaikkiin viiteen tehtävään.

Laskinta saa käyttää.

Nimi ja opiskelijanumero joka vastauspaperiin.

1. (a) Mitä tarkoitetaan Eukleideen paralleeliaksioomalla? (3p)

(b) Piirrä jokin suora L ja jokin sen ulkopuolinen piste P . Kuinka voit harppia ja viivotinta käyttämällä piirtää suoran M , joka on yhdensuuntainen suoran L kanssa ja kulkee pisteen P kautta? (3p)

2. (a) Mitä tarkoitetaan kolmioepäyhtälöllä? (2p)

(b) Mitä tarkoitetaan ulkokulmaepäyhtälöllä? (2p)

(c) Piirrä jokin kolmio $\triangle ABC$ ja sen sisälle piste D . Osoita, että (2p)

$$AD + DC < AB + BC$$

ja

$$\angle ADC > \angle ABC.$$

Vihje. Piirrä puolisuora \overrightarrow{AD} ja olkoon $E = BC \cap \overrightarrow{AD}$.

3. (a) Olkoon annettuna kulma $\angle ABC$ (siis on piirretty puolisuorat \overrightarrow{BA} ja \overrightarrow{BC} ja B on kulman kärki). Kuinka voit harppia ja viivotinta käyttämällä puolittaa kulman $\angle ABC$? (4p)

(b) Todista tekemäsi konstruktion paikkansapitävyys. (2p)

4. Vastaa lyhyisiin kysymyksiin. Perusteluja ei tarvita. (oikea vastaus +1p, väärä vastaus -0.5p).

(a) Montako ns. Platonin kappaletta on olemassa?

(b) Mitkä seuraavista eivät sellaisenaan ole yhtenevyyslauseita? SSS, KSS, SKS, KSK, KKS, KKK.

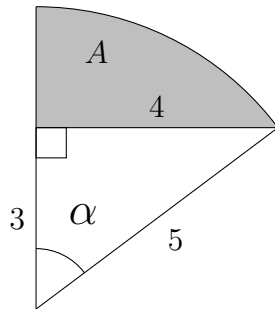
(c) Annettuna on jana, jonka pituus on 2. Kumpi voidaan konstruoida harpilla ja viivottimella: $\sqrt[3]{2}$ vai $\sqrt[4]{2}$?

(d) Annettuna on mielivaltainen kulma. Kumpi voidaan tehdä harpilla ja viivottimella: kulman jakaminen kolmeen osaan vai kulman jakaminen 4 osaan?

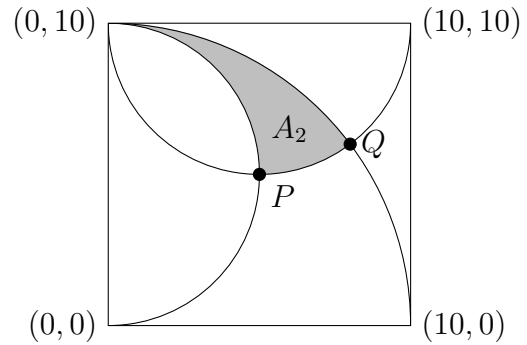
(e) Kumpi voidaan konstruoida harpilla ja viivottimella, säännöllinen 7-kulmio vai säännöllinen 15-kulmio?

(f) Annettuna on ympyrä, mutta ei ympyrän keskipistettä. Käytettävissä on vain yksi työkalu, harppi tai viivotin. Kummalla keskipisteen konstruointi onnistuu?

5. (a) Kuvassa 1a on ympyräsektori, josta on leikattu pois kolmio. Kuinka suuri on muodostuneen tummennetun alueen A pinta-ala? (2p)
- (b) Kuvassa 1b on neliö (sivun pituus 10) sekä ympyröitä. Laske pisteiden P ja Q koordinaatit. (2p)
- (c) Kuinka suuri on tummennetun alueen A_2 pinta-ala? (2p)



(a) Alue A .

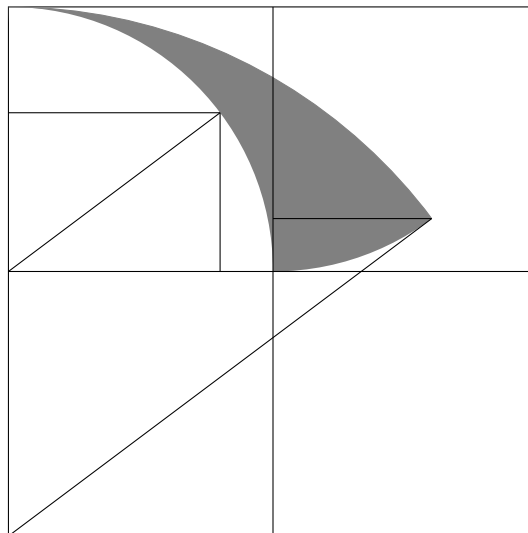


(b) Alue A_2 .

Kuva 1: Alueet A ja A_2 .

Vinkkejä. Kohdista (a) ja (b) voi olla apua kohdassa (c). Voit halutessasi käyttää oheista apukuvaa, Kuva 2. Jos haluat laskea pinta-alalle likiarvon käsin, voit käyttää likiarvoa

$$\alpha = \arcsin(4/5) \approx \frac{3\pi}{10} \approx 53,13^\circ.$$



Kuva 2: Apukuva.