

Matematiikan koe

Matematiikan perusteet tietotekniikassa 2, IN00EH21-3002

Laske kaikki kuusi tehtävää.

1. Laske $f'(x)$, kun

(a) $f(x) = 4x^5 - \sqrt{x} + \frac{1}{x^3}$

(b) $f(x) = 3 \sin(4x) - 7e^{x^2}$

(c) $f(x) = 5x^3 \ln(x)$

2. Laske funktion $f(x) = 4 \sin(x) - \cos(2x)$ hetkellinen muutosnopeus pisteessä $x = \frac{\pi}{2}$.

3. Millä muuttujan $x > 0$ arvolla funktio $f(x) = x^3 e^{-7x}$ saa maksimiarvonsa?

4. Laske

(a) $\int 4x + \sqrt{x} dx$

(b) $\int \cos(3x) dx$

(c) $\int_2^3 e^x + 1 dx$

5. Integraalille $\int_0^\pi \sin(x) dx$ voidaan laskea arvio vasemman päätepisteen menetelmällä. Jaetaan integroimisväli neljään osaan. Piirrä kuva vasemman päätepisteen menetelmän toiminnasta. (Kuva riittää, ei tarvitse laskea mitään.)

6. Tarkastellaan funktiota $f(x) = x^2$. Piirrä funktion kuvaaja. (Luonnos riittää.)

(a) Piirrä kuvaajalle tangenttisuora kohtaan $x = 2$. Laske tangenttisuoran kulmakerroin.

(b) Laske $\int_0^2 f(x) dx$. Varjosta pinta-ala kuvaan.

Kaavoja seuraavalla sivulla.

Kaavoja

Derivointi

$$Dx^n = nx^{n-1}$$

$$De^x = e^x$$

$$Db^x = b^x \ln(b)$$

$$D \ln(x) = \frac{1}{x}$$

$$D \ln |x| = \frac{1}{x}$$

$$D \log_a(x) = \frac{1}{x \ln(a)}$$

$$D \log_a |x| = \frac{1}{x \ln(a)}$$

$$D \sin(x) = \cos(x)$$

$$D \cos(x) = -\sin(x)$$

$$D \tan(x) = 1 + \tan^2(x)$$

$$Dx \ln(x) - x = \ln(x)$$

$$D \arcsin(x) = \frac{1}{\sqrt{1-x^2}}$$

$$D \arccos(x) = \frac{1}{-\sqrt{1-x^2}}$$

$$D \arctan(x) = \frac{1}{1+x^2}$$

$$D \sinh(x) = \cosh(x)$$

$$D \cosh(x) = \sinh(x)$$

$$D \tanh(x) = \frac{1}{\cosh^2(x)}$$

Integrointi

$$\int x^n dx = \frac{x^{n+1}}{n+1} + C$$

$$\int e^x dx = e^x + C$$

$$\int b^x dx = \frac{b^x}{\ln(b)}$$

$$\int \frac{1}{x} dx = \ln |x| + C$$

$$\int \cos(x) dx = \sin(x) + C$$

$$\int \sin(x) dx = -\cos(x) + C$$

$$\int 1 + \tan^2(x) dx = \tan(x) + C$$

$$\int \ln(x) dx = x \ln(x) - x + C$$

$$\int \frac{1}{\sqrt{1-x^2}} = \arcsin(x) + C$$

$$\int \frac{1}{-\sqrt{1-x^2}} = \arccos(x) + C$$

$$\int \frac{1}{1+x^2} = \arctan(x) + C$$

Derivointi

$$Df(g(x)) = f'(g(x))g'(x)$$

Erikoistapauksia

$$D \ln(f(x)) = \frac{f'(x)}{f(x)}$$

$$De^{f(x)} = e^{f(x)} f'(x)$$

$$Dfg = f'g + fg'$$

$$D(f/g) = (gf' - fg')/g^2$$

Integrointi

$$\int f'(g(x))g'(x) dx = f(g(x)) + C$$

$$\int \frac{f'(x)}{f(x)} dx = \ln(f(x)) + C$$

$$\int f'(x)e^{f(x)} dx = e^{f(x)} + C$$

$$\int f'g dx = fg - \int fg' dx$$